

**Úkol 1.** (1 bod)

Pro každé  $k \geq 4$  najděte strom, který má alespoň  $k$  listů, ale neobsahuje žádný vrchol stupně  $k$ .

**Úkol 2.** (2 body)

Mějme tři přirozená čísla  $k, \ell, m$  taková, že nejvýše jedno z nich je rovno jedné. Uvažme graf, který obsahuje vrcholy  $u, v$  stupně 3, které jsou spojené třemi disjunktními cestami mající popořadě  $k, \ell, m$  hran (a nic dalšího). Kolik má tento graf koster?

*Pro lepší pochopení: pro  $k = \ell = m = 2$  je tento graf izomorfní  $K_{3,2}$ .*

**Úkol 3.** (2 body)

Mějme graf  $G$ , jeho kostru  $K$  a jeho hranu  $e \notin K$ . Dokažte, že existuje hrana  $e' \in K$  taková, že  $K + e - e'$  je stále kostra  $G$ .

**Úkol 4.** (3 body)

Mějme souvislý graf  $G$  na alespoň 3 vrcholech. Dokažte, že existují dva vrcholy  $u, v$  takové, že  $G - u, G - v$  i  $G - u - v$  jsou souvislé.