

9. DOMÁCÍ ÚKOL Z DISKRÉTNÍ MATEMATIKY Termín: 14. 12. 2020

Úkol 1. (1 bod)

Najděte souvislý graf $G(V, E)$, kde $|V| \geq 4$, takový, že pro každou tříprvkovou podmnožinu jeho vrcholů M platí, že existuje $M' \subseteq M$ taková, že $G \setminus M'$ není souvislý.

Úkol 2. (2 body)

Mějme tři přirozená čísla k, ℓ, m taková, že nejvýše jedno z nich je rovno jedné. Uvažme graf, který obsahuje vrcholy u, v stupně 3, které jsou spojené třemi disjunktními cestami mající popořadě k, ℓ, m hran (a nic dalšího). Kolik má tento graf koster?

Pro lepší pochopení: pro $k = \ell = m = 2$ je tento graf izomorfní $K_{3,2}$.

Úkol 3. (2 body)

Mějme graf G , jeho kostru K a jeho hranu $e \notin K$. Dokažte, že existují alespoň dvě různé hrany $e_1, e_2 \in K$ takové, že $K + e - e_i$ pro každé $i \in \{1, 2\}$ je stále kostra G .

Úkol 4. (3 body)

Mějme souvislý graf G na alespoň 3 vrcholech. Dokažte, že existují dva vrcholy u, v takové, že $G - u, G - v$ i $G - u - v$ jsou souvislé.