

Definice. Rozptyl náhodné veličiny X je $\text{Var}(X) = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}(X))^2] = \mathbb{E}(X)^2 - \mathbb{E}(X^2)$.

Příklad 1.

Nechť A je jev, který nastane s pravděpodobností p a I_A je jeho indikátor. Čemu se rovná $\mathbb{E}(I_A)$ a $\text{Var}(I_A)$?

Příklad 2.

Zmatená šatnářka nám již předvedla, jaká je pravděpodobnost toho, že žádný z hostů nedostane svůj klobouk. Jaká je ale střední hodnota počtu správně přidělených klobouků, pokud šatnářka přiděluje klobouky rovnoměrně náhodně?

Příklad 3.

Lesem jde n myslivců, kteří loví n zajíců. Každý myslivec rovnoměrně nezávisle zvolí jednoho zajíce a toho zastřelí. Všichni myslivci svého zajíce trefí.

- a) Jaká je pravděpodobnost, že alespoň jeden zajíc přežije?
- b) Jaký je střední počet přeživších zajíců?

Příklad 4.

Ve vhodném pravděpodobnostním prostoru najděte dvě náhodné veličiny takové, že budou závislé, ale přesto bude součin jejich středních hodnot roven střední hodnotě jejich součinu.

Příklad 5.

Házeme spravedlivou mincí tak dlouho, dokud nám nepadne panna. Rozmyslete si, jak vypadá odpovídající pravděpodobnostní prostor, a pak v něm najděte náhodnou veličinu tak, aby:

- a) měla shora neomezený obor hodnot, ale konečnou střední hodnotu
- b) měla nekonečnou střední hodnotu
- *c) měla konečnou střední hodnotu, ale nekonečný rozptyl

Příklad 6.

Sázková společnost vyrobila 10 000 stíracích losů. Jeden los vyhrává 100 000 Kč, pět dalších vyhrává každý 50 000 Kč, a 100 dalších vyhrává každý 1 000 Kč. Pokud společnost prodává jeden los za 100 Kč, jaká je střední hodnota zisku (nebo ztráty), pokud si koupíme jeden los? Jaký je rozptyl?

Příklad 7.

Dopravní podnik na jedné autobusové lince spustil počítání cestujících. Spočítal, že při výjezdu z vybrané zastávky sedí v autobuse průměrně 8 cestujících. Autobus má kapacitu 40 lidí. Co můžeme říct o pravděpodobnosti, že po obslužení této zastávky bude autobus plný (nebo přeplněný)?