# Pravděpodobnostní algoritmy

2. ledna 2013

## Obsah

# 1 Počítání průměrného platu

Zvolíme nějaké hodně, počítáme modulo hodně, začneme na náhodném čísle, potom každý přičte. To má problémy s aliancemi.

# 2 Výběr nejmenšího řezu

Umí se v něčem jako $O(n^3)$, ale náhodně umíme rychleji.

Pojmenujeme si hrany.

Pokud $G$ má alespoň 3 vrcholy, vybereme náhodnou hranu. $G'$ bude po zkontrahování hranou (a všech paralelních). Zavoláme na $G'$.

Pokud mám přesně dva vrcholy, tak mám řez.

Tohle jde udělat zhruba v $O(n^2)$.

**Věta 1** *Nechť $C$ je množina hran v minimálním řezu. Potom pravděpodobnost, že vypadne $C$ je $\geq \frac{2}{n\cdot(n-1)}$*

Důkaz:
Když zkontrahuje hranu z $C$, tak prohrál. Když nezkontrahoval nikdy, tak v pohodě.

Graf $G$ má $n$ vrcholů a minimální řez s velikostí $k$. Potom $G$ má alespoň $\frac{k\cdot n}{2}$ hran.

Algoritmus nezkontrahuje v jednom kroku hranu z $C$ s pravděpodobností $\geq 1 - \frac{2}{n}$. Postupně ubývá $n$. Součet lze zapsat i jako $\frac{n-2}{n} \cdot \frac{n-3}{n-1} \cdot \frac{n-4}{n-2}$.

☻

**Důsledek 1** *Každý graf má $\leq \frac{n\cdot(n-1)}{2}$.*

Můžeme to pustit vícekrát a vyplivnout nejmenší řez. Potom šance, že odpoví špatně je $(1-p)^t$ (budeme používat nezávislé náhody). Kdy je to pod 0.5?

# 3 Isomorfizmus grafů

Když jsou isomorfní, tak pohoda. Když není, tak je problém to dokázat.

Nechť máme dokazovatele a ověřovatele. Ověřovatel vždycky vybere jeden graf a přečísluje mu vrcholy. A ptáme se, kterému je isomorfní. Pokud nejsou isomorfní, tak musí vždy vrátit to, které jsme zvolili.

## 4 Quicksort