1. Sečtěte následující řadu:

$$\sum_{i=1}^{n} \binom{n}{i} i^3$$

2. Určete počet grafů na n vrcholech, které neobsahují izolovaný vrchol.

3. Perfektní párování v grafu G je 1-regulární podgraf, v němž jsou obsaženy všechny vrcholy G. Ukažte, že strom T má perfektní párování právě tehdy, když po odebrání libovolného vrcholu z T má právě jedna ze vzniklých komponent lichou velikost.

4. Graf G je (vrcholově) kriticky 2-souvislý, jestliže je 2-souvislý, ale po odebrání libovolné hrany výsledný graf 2-souvislý není. Ukažte, že každý kriticky 2-souvislý graf lze vytvořit z kružnice přidáváním uší délky alespoň 2 (tj. obsahujících alespoň jeden vrchol). Také ukažte, že opačná implikace neplatí.

5. Hladový algoritmus pro barvení grafu prochází vrcholy grafu v nějakém (blíže neurčeném) pořadí, a přiděluje jim vždy nejmenší možnou barvu, která ještě není použita na jejich sousedech. Takto zkonstruuje dobré obarvení, které ovšem nemusí nutně používat minimální počet barev. Pro které bipartitní grafy platí, že hladový algoritmus funguje (tj. najde obarvení dvěma barvami) pro libovolné pořadí jejich vrcholů?

6. Ukažte, že počet hran grafu, který neobsahuje $K_{3,3}$ jako podgraf, je nanejvýš $O(n^{\frac{5}{3}})$.