

1. Nalezněte explicitní formule pro vytvořující funkce následujících posloupností:

- $0, 1, 1, 0, 0, 0, \dots$ ($a_1 = a_2 = 1, a_n = 0$ pro $n \notin \{1, 2\}$)
- $3, 3, 3, \dots$ ($a_n = 3$ pro každé n)
- $2, 3, 4, 5, \dots$ ($a_n = n + 2$)
- $a_n = n^2 - 2^n$
- $a_n = n^2 3^n$
- $0, 1, 0, 1, \dots$ ($a_n = 0$ pro sudé $n, a_n = 1$ pro liché n)
- $a_n = \sum_{k=0}^n k^2$
- $a_n = 1/(n + 1)$

2. Nalezněte posloupnosti odpovídající následujícím vytvořujícím funkcím:

- $2x^2 + x + 1$
- $\frac{1}{1-3x}$
- $\frac{1}{1-3x^2}$
- $\frac{1}{(1-3x)^2}$
- $\frac{x^3+x^2+x+1}{x^2-3x+2}$
- $\frac{x(1+x)}{(1-x)^4}$
- e^x
- 2^x

3. Nalezněte explicitní vzorce pro n -té prvky posloupností definovaných následujícími rekurencemi:

- $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$ pro $n \geq 0, a_0 = 1, a_1 = 3$.
- $a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n$ pro $n \geq 0, a_0 = 1, a_1 = 3$.
- $a_{n+2} = 2a_{n+1} - 2a_n$ pro $n \geq 0, a_0 = 1, a_1 = 3$.
- $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n + 2^n$ pro $n \geq 0, a_0 = 1, a_1 = 3$.
- $a_n = 2^n + \sum_{k=0}^{n-1} (n-k)a_k$ pro $n \geq 1, a_0 = 0$.