

1. Necht'  $k \geq 2$  a  $n \geq \binom{\sum_{i=1}^k (a_i - 1)}{a_1 - 1, a_2 - 1, \dots, a_k - 1}$ . Uka'zte, že v libovolném obarvení hran  $K_n$  barvami  $1, 2, \dots, k$  existuje klika velikosti  $a_i$  taková, že všechny její hrany mají barvu  $i$ , pro nějaké  $i \in \{1, \dots, k\}$ .
2. Pro každé  $k$  existuje  $N$  takové, že v libovolném obarvení hran  $K_{N,N}$  dvěma barvami existuje monochromatické  $K_{k,k}$ .
3. Uka'zte, že pro každé  $k$ , v libovolném obarvení hran úplného bipartitního grafu s nekonečně velkými partitami dvěma barvami existuje monochromatický úplný bipartitní podgraf, jehož jedna partita je nekonečná a druhá má velikost  $k$ .
4. Uka'zte, že hrany úplného bipartitního grafu s nekonečně spočetně velkými partitami lze obarvit dvěma barvami tak, aby neobsahoval monochromatický úplný bipartitní podgraf, jehož obě partity jsou nekonečné.
5. Nalezněte nejmenší  $n$  takové, že v každém obarvení hran  $K_n$  červeně a modře existuje buď červený trojúhelník, nebo dva vrcholově disjunktí modré trojúhelníky.