1. Nechť $[n]$ označuje množinu $\{1, 2, \ldots, n\}$. Kolik existuje

   - podmnožin $[n]$?
   - podmnožin $[n]$ velikosti k?
   - podmnožin $[n]$ liché velikosti?
   - uspořádaných dvojic podmnožin $[n]$?
   - neuspořádaných dvojic podmnožin $[n]$?
   - uspořádaných dvojic navzájem disjunktních podmnožin $[n]$?
   - zobrazení z $[n]$ do $[k]$?
   - prostých zobrazení z $[n]$ do $[k]$?
   - souvislých 2-regulárních grafů s množinou vrcholů $[n]$?
   - souvislých grafů maximálního stupně 2 s množinou vrcholů $[n]$?
   - grafů s množinou vrcholů $[n]$ takových, že každá jejich komponenta je úplný graf na právě k vrcholech?
   - 2-regulárních grafů s množinou vrcholů $[n]$ takových, že každá jejich komponenta má právě k vrcholů?

2. Dokažte následující vztahy:

   - $$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$$
   - $$\sum_{k \text{ sudé}} \binom{n}{k} = \sum_{k \text{ liché}} \binom{n}{k}$$
     pro libovolné $n \geq 1$
   - $$\sum_{3 \text{ dělí } k} \binom{n}{k} = \frac{1}{3}\left(2^n + \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^n + \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^n\right)$$
   - $$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$$

- $$\sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k} = n2^{n-1}$$

- $$\sum_{k=0}^{n} k^2\binom{n}{k} = n2^{n-1} + n(n-1)2^{n-2}$$

3. Ukažte, že

   - počet dobrých uzávorkování s n otevíracími a n zavíracími závorkami je stejný jako počet způsobů, jak rozřezat konvexní $(n+2)$-úhelník na trojúhelníky podél navzájem se neprotínajících čar spojujících jeho vrcholy.
   - počty z předchozí úlohy jsou navíc rovné počtu permutací $[n]$ bez rostoucí podposloupnosti délky 3.
   - počet ekvivalencí na množině prvků $[n]$ je nanejvýš $n!$.