

1. Dokažte, že existuje konstanta C taková, že

$$\left| \log n - \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \right| \leq C$$

platí pro každé $n \geq 1$.

2. Vlastním 7 párů bot, každý z nich jiné barvy. Během následujícího týdne bych chtěl každou botu používat právě jeden den. Navíc bych vždy chtěl mít obuté boty různých barev (tj. například levou botu červenou, pravou zelenou). Kolika způsoby to mohu udělat?
3. Nechť a_n je počet řetězců délky n z písmen A, B a C, které neobsahují podřetězec AA. Máme tedy $a_0 = 1$, $a_1 = 3$, $a_2 = 8$, $a_3 = 22$, ...
- Ukažte, že $a_n = 2a_{n-1} + 2a_{n-2}$ pro $n \geq 2$.
 - Nalezněte explicitní formuli pro vytvářející funkci posloupnosti a_n .
 - Ukažte, že

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \sqrt{3} + 1.$$

4. Firma chce najmout nové zaměstnance. Přihlásilo se několik zájemců a proběhl s nimi pohovor před komisí. Každý člen komise podal přesně tři požadavky ve tvaru „zájemce číslo k přijmout“ nebo „zájemce číslo k nepřijmout“ a ke zbývajícím zájemcům se nevyjádřil. Ke každému zájemci se vyjádřili nejvýše tři členové komise. Ukažte, že lze vybrat nové zaměstnance tak, aby se každému členu komise splnil alespoň jeden z jeho požadavků.