1. Nechť G je graf a (A, B) je (δ, ε)-regulární pár v G pro nějaké $0 < \delta, \varepsilon \leq 1$. Nechť $|A| = |B| = n$ a $p = d(A, B)$. Ukažte, že počet 4-cyklů $v_1v_2v_3v_4$ v G tž. $v_1, v_3 \in A$ a $v_2, v_4 \in B$ je alespoň $p^4n^4 - (2\delta + 15\varepsilon)n^4 - 2n^3$.

2. Nechť G je graf a (A, B), (B, C) a (A, C) jsou (δ, ε)-regulární páry v G pro nějaké $0 < \delta, \varepsilon \leq 1$. Nechť $|A| = |B| = |C| = n$. Ukažte, že počet trojúhelníků $v_1v_2v_3$ v G tž. $v_1 \in A$, $v_2 \in B$ a $v_3 \in C$ je nejvýše $d(A, B)d(B, C)d(A, C)n^3 + (6\delta + 7\varepsilon)n^3$.

3. Nechť $m_0, c, \kappa, \varepsilon, \delta > 0$. Dokažte, že existuje n_0 tak, že platí následující. Nechť G je graf s $n \geq n_0$ vrcholy a nejvýše $cn^{2-\kappa}$ hranami a nechť A a B jsou disjunktní podmnožiny vrcholů grafu G. Jestliže $|A|, |B| \geq |V(G)|/m_0$, pak (A, B) je (δ, ε)-regulární pár.

4. Nechť G je graf a (A, B) je (δ, ε)-regulární pár v G pro nějaké $0 < \delta, \varepsilon \leq 1$. Nechť $|A| = |B| = n$ a $p = d(A, B)$. Ukažte, že existují $A' \subseteq A$ a $B' \subseteq B$ tž. $|A'| = |B'| \geq (1 - \delta)n$, každý vrchol A' má alespoň $(p - \delta - \varepsilon)n$ sousedů v B' a každý vrchol B' má alespoň $(p - \delta - \varepsilon)n$ sousedů v A'.

5. Nechť G je graf a (A, B) je (δ, ε)-regulární pár v G pro nějaké $0 < \delta, \varepsilon \leq 1$. Nechť $|A| = |B| = n$, $\beta > \delta$ a nechť $A' \subseteq A$ a $B' \subseteq B$ jsou množiny velikosti alespoň βn. Ukažte, že (A', B') je $(\delta/\beta, 2\varepsilon)$-regulární pár.