1. Pro nějakou funkci f navrhněte algoritmus s časovou složitostí $O(f(k)|V(G)|)$, který pro graf G se stromovým rozkladem šířky k určí velikost nejmenší dominující množiny v G.

2. Pro nějakou funkci f navrhněte algoritmus s časovou složitostí $O(f(k)|V(G)|)$, který pro graf G se stromovým rozkladem šířky k rozhodne, zda G lze obarvit 3 barvami.

3. Pro nějakou funkci f navrhněte algoritmus s časovou složitostí $O(f(k)|V(G)|)$, který pro graf G se stromovým rozkladem šířky k rozhodne, zda G má Hamiltonovskou kružnici.

4. Nechť W je k-nerozbitná množina v grafu G (tj. pro každou $S \subseteq V(G)$ velikosti nejvýše k existuje komponenta $G - S$ obsahující více než polovinu vrcholů z W). Nechť $B = \{X \subseteq V(G) : G[X] \text{ je souvislý a } |X \cap W| > |W|/2\}$. Ukažte, že B je bramble řádu alespoň $k + 1$. Co z toho plyne pro stromovou šířku G?

5. Ukažte za pomoci předchozího tvrzení a výsledku z přednášky, že má-li graf stromovou šířku větší než $3s$, pak obsahuje brambli řádu alespoň $s + 1$.

6. Nechť G je rovinná triangulace a $G^\star$ je její duál. Nechť T je kostra G a $T^\star$ je podgraf $G^\star$ obsahující právě hrany takové, že odpovídající hrany G nepatří do T. Ukažte, že $T^\star$ je kostra $G^\star$.

7. V situaci z předchozího příkladu si vyberme libovolný vrchol $v \in V(G)$. Každý vrchol f grafu $G^\star$ odpovídá stěně G incidentní se třemi vrcholy a_f, b_f a c_f. Definujme $\beta(f)$ jako množinu všech vrcholů, které leží na cestách z a_f, b_f a c_f do v ve stromu T. Ukažte, že $(T^\star, \beta)$ je stromový rozklad G.

8. Ukažte, že rovinný graf s n vrcholy má stromovou šířku $O(\sqrt{n})$.