(2,5 **bodu)** Ukažte, že pokud graf G nemá perfektní párování, pak existuje podmnožina $S \subseteq V(G)$ taková, že všechny komponenty $G - S$ mají lichou velikost a jejich počet je větší než $|S|$ (hint: co se stane, když odeberu vrchol z komponenty sudé velikosti?)

(2,5 **bodu)** S pomocí Tutteho věty dokažte Hallovu větu v následujícím znění: Nechť G je bipartitní graf, v němž obě partity A a B mají stejnou velikost. Jestliže pro každou podmnožinu $A' \subseteq A$ platí $|N(A')| \geq |A'|$, pak G má perfektní párování.

(2,5 **bodu)** Nechť G je 3-regulární hranově 2-souvislý graf. Ukažte, že pro každou hranu $uv \in E(G)$ má G perfektní párování obsahující tuto hranu.

(2,5 **bodu)** Navrhněte algoritmus s polynomiální časovou složitostí, který pro zadaný graf G bez perfektního párování nalezne množinu $S \subseteq V(G)$ takovou, že $o(G - S) > |S|$ (hint: jak vypadá graf, který nemá perfektní párování, ale přidáním každé hrany vznikne graf mající perfektní párování?)