Kontrahovatelné hrany a minory

17. března 2021

Věta (Tutte)

G 3-souvislý, $|V(G)| \geq 5 \Rightarrow$ existuje hrana $e \in E(G)$ tž. G/e je 3-souvislý.

Lemma

Jestliže G/e je 3-souvislý a $\delta(G) \geq 3$, pak G je 3-souvislý.

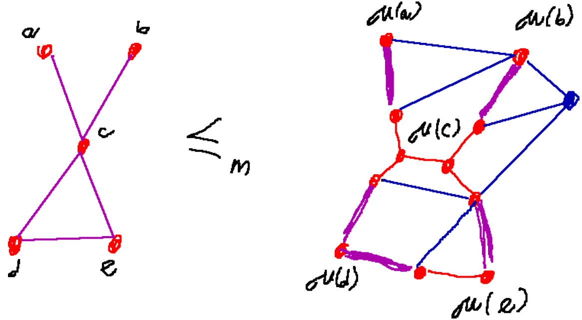
Minor grafu vznikne kontrakcí hran a mazáním hran a vrcholů.

Lemma

H je minor G, právě když existuje funkce μ zobrazující

- *vrcholy H na vrcholově disjunktní souvislé podgrafy G, a*
- *každou hranu $uv \in E(H)$ na hranu G s konci v $\mu(u)$ a $\mu(v)$.*

μ: model H v G.



1. Nechť $\Delta(H) \leq 3$. Jestliže $H \preceq_m G$, pak G obsahuje podrozdělení H.
2. Najděte graf obsahující K_5 jako minor, ale ne jako podrozdělení.
3. Ukažte, že jestliže $K_5 \preceq_m G$, pak G obsahuje podrozdělení K_5 nebo $K_{3,3}$.
4. Nechť $G = G_1 \cup G_2$ je 2-souvislý a $V(G_1 \cap G_2) = \{u, v\}$. Ukažte, že:
   - $G_1 + uv$ je minor G.
   - Jsou-li grafy $G_1 + uv$ a $G_2 + uv$ rovinné, pak G je rovinný.

Nechť $\Delta(H) \leq 3$. Jestliže $H \preceq_m G$, pak G obsahuje podrozdělení H.

Najděte graf obsahující K_5 jako minor, ale ne jako podrozdělení.

Ukažte, že jestliže $K_5 \preceq_m G$, pak G obsahuje podrozdělení K_5 nebo $K_{3,3}$.

Nechť $G = G_1 \cup G_2$ je 2-souvislý a $V(G_1 \cap G_2) = \{u, v\}$.
Ukažte, že:

- $G_1 + uv$ je minor G.
- Jsou-li grafy $G_1 + uv$ a $G_2 + uv$ rovinné, pak G je rovinný.