2-SAT

Každá klauzule má nanejvýš 2 členy:

$$x_1 \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_1 \vee x_3) \wedge \cdots$$

Nebo jako implikace:

$$(\neg x_1 \Rightarrow x_1) \wedge (\neg x_2 \Rightarrow x_3) \wedge (x_1 \Rightarrow x_3) \wedge \cdots$$

- Graf s vrcholy $x_1, \neg x_1, x_2, \neg x_2, \ldots$
- Klauzule $x_i \Rightarrow \neg x_j$: hrany $x_i \to \neg x_j$, $x_j \to \neg x_i$.

Věta

Formule je splnitelná, právě když pro žádné i neexistuje orientovaný cyklus obsahující zároveň x_i a $\neg x_i$.

Algoritmus:

- $v_1, v_2, \ldots, v_n =$ DFS post-order proti směru hran
- DFS spouštěný z v_n, $v_{n-1}, \ldots$
- Na `true` nastavím ten z x, $\neg x$, který navštívím ve druhém DFS jako první.

Zadání

Mějme graf G a jeho vrcholy $v_1, \ldots, v_4$ takové, že každý jiný vrchol G sousedí s alespoň jedním z vrcholů $v_1, \ldots, v_4$. Nalezněte obarvení G třemi barvami.

- Vyzkoušíme všechna obarvení $v_1, \ldots, v_4$.
- Pro zbylé vrcholy máme (nanejvýš) dvě možnosti, $x_v \equiv$ vrchol v dostane první z těchto dvou barev.
- Klauzule $\neg x_u \vee x_v$ pokud uv je hrana a první možná barva u je rovna druhé možné barvě v, atd.

Hornovské formule

Každá formule obsahuje nejvýše jeden pozitivní člen:

- $\neg a \vee \neg b \vee \cdots$
- $x \vee \neg a \vee \neg b \vee \cdots \equiv (a \wedge b \wedge \cdots) \Rightarrow x$
- x

Algoritmus:

- Dokud existuje klauzule ve tvaru x, nahraď x za `true` ve všech klauzulích.
- Za zbylé proměnné dosaď `false`.