7. CVIČENÍ Z ADS 2, PÁTEK 12:20, ZS 23/24

Diskrétní Fourierova transformace (hurá!)

1. *Fourierovy obrazy:* Spočítejte Fourierovy obrazy následujících vektorů:

a) $(\alpha, \alpha, \ldots, \alpha)$ pro $\alpha \in \mathbb{R}$ (zkuste nejdříve $\alpha = 1$)
b) $(1, -1, 1, -1, \ldots, 1, -1)$
c) $(\omega^0, \omega^1, \omega^2, \ldots, \omega^{n-1})$
d) $(\omega^0, \omega^2, \omega^4, \ldots, \omega^{2n-2})$
e) Bonus: $(1, 0, 1, 0, \ldots, 1, 0)$

2. *Vlastnosti:* O jakých vlastnostech vektoru vypovídá nultý a $(n/2)$-tý koeficient Fourierova obrazu?

3. *Obraz kanonické báze:* Jak vypadá Fourierův obraz jednotkového vektoru e_ℓ, tedy vektoru, který má na ℓ-té pozici jedničku a všude jinde 0?

4. *Inverz kanonické báze:* Pro každé i najděte vektor, jehož Fourierovým obrazem je e_ℓ (hint: podívejte se na první příklad). Jak z toho sestrojit inverzní zobrazení k DFT?

5. *DFT reálného vektoru:* Ukažte, že Fourierův obraz $\mathbf{y}$ reálného vektoru $\mathbf{x}$ je *antisymetrický*, tedy $\mathbf{y}_j = \overline{\mathbf{y}_{n-j}}$ pro všechny indexy j. Jaký pak bude Fourierův obraz antisymetrického vektoru?

6. *Odmocniny z jedničky a volba ω:* Kolik existuje n-tých odmocnin jedničky a jak vypadají? Proč jiná čísla nejsou n-tou odmocninou z jedničky? Které z n-tých odmocnin jedničky jsou primitivní?

Ve Fourierově transformaci máme volnost v tom, jakou primitivní odmocninu ω si vybereme. Ukažte, že Fourierovy obrazy pro různé volby ω se liší pouze pořadím složek.