

## 5. CVIČENÍ Z KG 2, PONDĚLÍ 13.3.

Třídy uzavřené na minory a kreslení grafů na plochy

1. *Třídy uzavřené na minory.* Jsou následující třídy grafů uzavřené na minory? Nebo na topologické minory?

a) Lesy (čili grafy bez kružnic)

b) Grafy s maximální stupněm  $\leq \Delta$  pro pevné  $\Delta$

c) Grafy s průměrem  $\leq D$  pro pevné  $D$  (průměr je největší vzdálenost mezi dvěma vrcholy)

2. *Charakterizace tříd uzavřených na minory.* Ukažte, že třída grafů  $\mathcal{F}$  je uzavřená na minory právě tehdy, když existuje množina grafů  $\mathcal{H}$  taková, že

$$\mathcal{F} = \{G \mid \forall G' \preceq_m G : G' \notin \mathcal{H}\}.$$

3. *Petersenův graf na plochách.* Nakreslete Petersenův graf na projektivní rovinu a torus.

4. *Kreslení klik.* Nakreslete co největší kliku na projektivní rovinu, torus a Kleinovu láhev.

5. *Minorová uzavřenost grafů nakreslitelných na plochy.* Ukažte, že dá-li se graf  $G$  nakreslit na plochu  $\Gamma$ , pak také každý minor  $G$  se dá nakreslit na  $\Gamma$ .

6. *Kleinova láhev.* Ukažte, že přidáním „překrouceného“ ucha na sféru vznikne Kleinova láhev.