PÁTEČNÍ CVIČENÍ Z DATOVÝCH STRUKTUR 1

Hešování: lineární přidávání a ještě univerzalita/nezávislost

1. *Lineární přidávání s většími skoky.* Uvažujme hešování řízené obecnou lineární posloupností $h(x,i) = (f(x) + c \cdot i) \mod m$, kde c je konstanta nesoudělná s velikostí tabulky m. Srovnejte jeho chování s obyčejným lineárním přidáváním.

2. *Opravdové mazání pro lineární přidávání.* Na přednášce bylo řešení kolizí pomocí lineárního přidávání s tím, že pokud prvek mažeme, pouze ho označíme za smazaný. Zkuste domyslet detaily a alternativní řešení:

a) Pokud provedeme hodně operací mazání, bude hešovací tabulka obsahovat více označených (tj. smazaných) prvků než nesmazaných. Co provést v takovém případě? Jak zajistit konstantní amortizovanou časovou složitost (ve střední hodnotě) pro libovolnou sekvenci operací Insert a Delete?

b) Alternativní způsob: mazaný prvek skutečně smažeme a poté vhodně přesuneme nějaké prvky – vymyslete, jak to přesně udělat, abychom pak mohli vyhledat všechny nesmazané prvky (tedy abychom tabulku „nerozbili“).

3. *Lineární přidávání a multiply-shift.* Na přednášce 6.12. byl na slajdu 11 zajímavý graf: Pokud přidáváme aritmetickou posloupnost $1, 2, 3, \ldots, 0.9 \cdot m$ do tabulky s lineárním přidáváním, tak se hešování multiply-shift chová lépe než náhodná hešovací funkce. Umíte vysvětlit, proč tomu tak je?

Ještě pár zbylých příkladů k důkazům c-univerzality a k-nezávislosti (pokud si to chcete procvičit):

4. *Lineární kongruence.* Ukažte, že systém funkcí $\mathcal{H}_{\text{lin}} = \{(ax+b \mod p) \mod m \mid 0 < a < p, 0 \leq b < p\}$ je 1-univerzální, kde p je libovolné prvočíslo a $m \leq p$. (Rozdíl oproti 9. přednášce: na přednášce mohlo být $a = 0$, kdežto tady ho nepovolíme, a pak se pomocí Lemma o zobecněném modulu m dokázala jen 2-univerzalita, resp. $(2,2)$-nezávislost.)

5. *škálování modulo prvočíslo.* Ukažte univerzalitu systému funkcí $\mathcal{H}_{\text{skal}} = \{(ax \mod p) \mod m\}$. Musíme vyloučit $a = 0$?