

6. CVIČENÍ Z ADS 2, ČTVRTEK 15:40

Toky s panem Goldbergem

1. *Goldberg a jednotkové sítě:* Rozeberte chování Goldbergova algoritmu na sítích s jednotkovými kapacitami. Bude rychlejší než ostatní algoritmy? Nebo alespoň stejně rychlý?
2. *Goldberg s nejvyšším vrcholem:* Navrhněte implementaci vylepšeného Goldbergova algoritmu se zvedáním nejvyššího vrcholu s přebytkem. Počet nenasycených převedení v takovém případě je $\mathcal{O}(n^2\sqrt{m})$ (to nemusíte dokazovat), cílem je implementace ve shodném čase.
3. *Goldberg a výšky:* Co by se stalo, kdybychom v inicializaci Goldbergova algoritmu umístili zdroj do výšky $n-1$, $n-2$, anebo dokonce $n-3$? Rozmyslete si, která vlastnost (skončí, vydá vždy maximální tok, ...) na výšce zdroje závisí a tedy, která by se mohla pokazit.
4. *Míra souvislosti.* Hranová souvislost (neorientovaného) grafu je minimální počet hran, které musíme odebrat, aby se stal nesouvislým. Najděte algoritmus na zjištění hranové souvislosti pomocí toků v sítích, přičemž se snažte použít pouze $\mathcal{O}(n)$ sítí s $\mathcal{O}(m)$ hranami. Hodí se využít, že jde o nejmenší počet hran v nějakém řezu.
Jak řešení upravit pro vrcholovou souvislost, kde nás zajímá, kolik minimálně musíme odebrat vrcholů, aby se graf stal nesouvislým?
5. *Zaokrouhlování matice:* Na vstupu dostaneme matici A nezáporných reálných čísel o velikosti $r \times s$. Vymyslete algoritmus, který zaokrouhlí prvky matice nahoru nebo dolů tak, že zůstanou zachovány všechny řádkové i sloupcové součty, nebo odpoví, že takové zaokrouhlení neexistuje.
6. *Průchod šachovnicí:* Je dána šachovnice $n \times n$, kde některá políčka jsou nepřístupná. Celý dolní řádek je obsazen figurkami, které se mohou hýbat o jedno pole dopředu, šikmo vlevo dopředu, či šikmo vpravo dopředu. V jednom tahu se všechny figurky naráz pohnou (mohou i zůstat stát na místě), na jednom políčku se však musí vyskytovat nejvýše jedna figurka. Ocitne-li se figurka na některém políčku horního řádku šachovnice, zmizí. Navrhněte algoritmus, který najde minimální počet tahů takový, že z šachovnice dokážeme odstranit všechny figurky, případně oznámí, že řešení neexistuje.