

13. CVIČENÍ Z ADS 1, ČTVRTEK 12.5. 10:40

Rozděl a panuj nad dynamickým programováním

1. *Spletitý kabel.* Mějme dlouhý kabel, z jehož obou konců vystupuje po n drátech. Každý drát na levém konci je propojen s právě jedním na konci druhém a my chceme zjistit, který s kterým. K tomu můžeme používat následující operace:

- i) přivést napětí na daný drát na levém konci,
- ii) odpojit napětí z daného drátu na levém konci,
- iii) změřit napětí na daném drátu na pravém konci.

Navrhněte algoritmus, který pomocí těchto operací zjistí, co je s čím propojeno. Snažte se počet operací minimalizovat.

2. *Kopec.* Kopcem nazveme podposloupnost, která nejprve roste a pak klesá. Vymyslete algoritmus, který v zadané posloupnosti nalezne nejdelší kopec. (Můžete používat algoritmy z přednášky.)

3. *Počítání NRP.* Nejdelší rostoucích podposloupností může být v posloupnosti více. Jak spočítat, kolik různých nejdelší rostoucích podposloupností obsahuje zadaná posloupnost?

4. *Knihovna.* Mějme posloupnost n knih. Každá kniha má nějakou šířku s_i a výšku v_i . Knihy chceme naskládat do knihovny s nějakým (předem neurčeným) počtem polic tak, abychom dodrželi abecední pořadí. Prvních několik knih tedy půjde na první polici, další část na druhou polici, a tak dále. Máme zadanou šířku knihovny S a chceme rozmístit police tak, aby se do nich vešly všechny knihy a celkově byla knihovna co nejnižší. Tloušťku polic přitom zanedbáváme.

5. *Nejdelší společná podposloupnost.* Navrhněte algoritmus pro nalezení nejdelší společné podposloupnosti daných posloupností x_1, \dots, x_n a y_1, \dots, y_m . Jak tento problém souvisí s editační vzdáleností? Jaký je grafový pohled na výsledný algoritmus?

6. *Editační vzdálenost rychleji.* Na první pohled se zdá, že čím podobnější řetězce dostaneme, tím by mělo být jednodušší zjistit jejich editační vzdálenost. Algoritmus z přednášky ovšem pokaždé vyplňuje celou tabulku dynamického programování. Ukažte, jak ho zrychlit, aby počítal v čase $O((n + m) \cdot (ED(s, t) + 1))$, kde $|s| = n$, $|t| = m$ a $ED(s, t)$ je editační vzdálenost s a t .

Hint: Nejprve zkuste vymyslet algoritmus, který dostane číslo $D \geq 1$ a v čase $O((n + m) \cdot D)$ buď korektně ohlásí, že $ED(s, t) > D$, nebo vrátí $ED(s, t)$.

7. *Spletitý kabel neadaptivně.* Pro úlohu Spletitý kabel naleznete *neadaptivní* řešení, což znamená, že dotaz posloupnost vykonaných operací je dána dopředu nezávisle na výsledcích provedených dotazů na napětí. Jinými slovy, následující provedená operace nezávisí na výsledcích předchozích dotazů. (Hint: je třeba nějak upravovat vaše řešení pro původní úlohu?)

8. *Knihovna 2.* Podobně jako úloze Knihovna chceme navrhnout knihovnu, jež pojme dané knihy. Tentokrát ovšem máme zadanou maximální výšku knihovny a chceme najít minimální možnou šířku. Pokud vám to pomůže, předpokládejte, že všechny knihy mají jednotkovou šířku.