

2. DOMÁCÍ ÚKOL Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Grupy, permutace a tělesa

Odevzdávejte na papíře na začátku cvičení (preferovaná možnost) nebo odesláním řešení na email vesely+la@iuuk.mff.cuni.cz Termín: **22.11.2021 10:40**. Svá tvrzení odůvodněte, můžete však používat tvrzení z přednášky či cvičení. Ke svému jménu prosím **napište, na jaké cvičení chodíte**, a můžete připojit i přezdívku, která se objeví v tabulce bodů, až ji aktualizují.

PŘÍKLAD PRVNÍ Ukažte, že množina čtvercových matic splňujících $AA^T = I_n$ s operací násobení matic je grupa.

[2 body]

PŘÍKLAD DRUHÝ Rozhodněte a dokažte či vyvráťte, jestli $\mathbb{Q}(\sqrt{2}) = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$ spolu s operacemi sčítání a násobení tvoří těleso. (Můžete používat běžné vlastnosti reálných čísel.)

[3 body]

PŘÍKLAD TŘETÍ

a) Zdůvodněte, proč množina $M = \{e, f, g\}$ spolu s binární operací na M definovanou tabulkou

\circ	e	f	g
e	f	e	g
f	e	g	f
g	g	f	e

netvoří grupu.

b) Nechť (\mathcal{G}, \circ) je grupa. Dokažte, že v žádném řádku tabulky pro grupovou operaci \circ se nemůžou prvky \mathcal{G} opakovat. Platí obdobné tvrzení i pro sloupce tabulky?

[4 body, každá podúloha za 2 body]

PŘÍKLAD ČTVRTÝ Určete znaménko permutace čísel $\{1, \dots, 3n\}$ pro libovolné $n \geq 3$ (níže je spodní řádek tabulky permutace):

$$(1, 4, 7, \dots, 3n - 2, 2, 5, 8, \dots, 3n - 1, 3, 6, 9, \dots, 3n)$$

[3 body]