

2. CVIČENÍ Z LINEÁRNÍ ALGEBRY I.

Soustavy rovnic

PŘÍKLAD PRVNÍ

Spočítejte řešení následujících soustav Gaussovou eliminací (nebo Gauss-Jordanovou):

•

$$\begin{aligned} -x_1 + -x_2 + 2x_3 &= -1 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 3x_4 &= 1 \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 &= 2 \\ -x_2 + 2x_3 + 2x_4 &= 5 \end{aligned}$$

•

$$\begin{aligned} 17a + 9b - 9c + 3d &= -8 \\ 11a + 2c &= -7 \\ 13a + 2b - c &= -9 \\ 7a + 3b - 5c + d &= -8 \end{aligned}$$

PŘÍKLAD DRUHÝ

Řešte soustavy rovnic $Ax = 0$, $Ax = b_1$, $Ax = b_2$, $Ax = b_3$:

$$A := \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 7 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad b_1 := \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b_2 := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad b_3 := \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Snažte se být „líní“ (ale chytřel!) a použijte Gaussovku co nejméně krát.

PŘÍKLAD TŘETÍ

Ukažte, že elementární řádkovou úpravu *prohození dvou řádků* lze simulovat pomocí ostatních elementárních řádkových úprav (tj. přičtení násobku i -tého řádku k j -tému a vynásobení řádku nenulovým číslem).

PŘÍKLAD ČTVRTÝ

Vzhledem k parametru a řešte následující soustavu rovnic:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \end{array} \right)$$