

## Příklady z Diskrétní matematiky 2010-11-10

### Pravděpodobnost

#### Vinařův problém

Vinař má 3 lahve s různými odrůdami vína a nalepil na ně etikety v náhodném pořadí. Jaká je pravděpodobnost, že  $k$  z nich je nalepeno správně?

#### Unicyklická permutace

Jaká je pravděpodobnost, že náhodná permutace tvoří právě jeden cyklus?

#### Sousedovic Pepíček

Sousedům se narodily dvě děti a vy víte, že jedno z nich se jmenuje Pepíček. Jaká je pravděpodobnost, že i druhé z nich je kluk? (Předpokládejme, že každé dítě se narodí náhodně s pravděpodobností  $1/2$  jako kluk.)

#### Mincovní hody

Hodíme  $n$ -krát spravedlivou mincí. Jaká je pravděpodobnost, že padlo právě  $k$  hlav? A jaká je pravděpodobnost, že počet hlav je sudý? Jak to dopadne, pokud mince není spravedlivá?

#### Nezávislé jevy

Nechť  $\mathbf{x} = (x_0, \dots, x_9) \in \{0, 1\}^{10}$  jsou výsledky 10 po sobě jdoucích hodů spravedlivou mincí. Které z následujících jevů jsou nezávislé?

- $A = \{\mathbf{x} \mid x_0 + \dots + x_4 \geq 1\}$
- $B = \{\mathbf{x} \mid x_5 = 1\}$
- $C = \{\mathbf{x} \mid x_5 + \dots + x_9 \text{ je sudé}\}$

*Kombinatorický nášup:*

#### Výběr čtverců

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cdot k^2 = ?$$

#### Alternující sudé množiny

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{2} + \binom{n}{4} - \dots + \binom{n}{n} = ? \quad \text{pro } n = 4k$$

#### Dářečky

Rozmístujeme  $d$  dárečků do  $b$  balíčků. Kolika způsoby to můžeme udělat, pokud jsou dárečky (ne)rozlišitelné a v každém balíčku smí být nejvýš jeden / právě jeden / alespoň jeden / kolik chceme dárečků. Balíčky jsou vždy rozlišitelné.