

Písemka z Diskrétní matematiky 9. 11. 2009

1. Buď K relace definovaná na množině všech koček tak, že $(x, y) \in K$ právě tehdy, když kočka x syčí hlasitěji než y a zároveň kočka x má delší ocas než y . [Hlasitost i délka ocasu jsou nezáporná reálná čísla.] Rozhodněte, zda tato relace je:

- ekvivalence,
- lineární uspořádání,
- částečné uspořádání,
- ani jedno z předchozích. (3 body)

2. Kolik je funkcí z množiny $\{1, \dots, 5\}$ do téže množiny:

- všech, (1 bod)
- prostých, (1 bod)
- takových, že $f \circ f$ je identita. (3 body)

3. Kolik čísel z množiny $\{1, \dots, 1\,000\}$ zbude po vyškrtnutí všech násobků čísel 6, 7, 8? (3 body)

4. Dokažte, že platí:

$$\sum_{k=r}^n \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1}. \quad (2 \text{ body})$$

5. Spočítejte, kolik vede cest v mřížce z bodu $(0, 0)$ do bodu (m, n) složených z kroků $(1, 0)$ a $(0, 1)$? (3 body)

Vše, co tvrdíte, podrobně zdůvodněte. Můžete bez důkazu používat tvrzení z přednášky nebo ze cvičení (uvádějte ale znění všech tvrzení, která používáte). Nepoužívejte kalkulačky, zápisky, učebnice, sousedy ani jiné pomůcky. V případě nejasností se ptejte cvičícího.