

Příklad A1 (4 bodů). Popište algoritmus pro násobení n -ciferných čísel v lepším než kvadratickém čase, dokažte jeho správnost a posuďte časovou složitost.

Příklad A1' (2 body). Ukažte, že kdybychom uměli umocnit n -ciferné číslo na druhou v čase $T(n)$, dovedli bychom i násobit dvě n -ciferná čísla v čase $\mathcal{O}(T(n))$.

Příklad A2 (6 bodů). Popište Dijkstrův algoritmus pro hledání nejkratších cest, dokažte jeho správnost a rozeberte časovou složitost. Funguje tento algoritmus na grafech se zápornými hranami? Se zápornými cykly?

Příklad B1 (5 bodů). Mějme k setříděných posloupností prvků. Vymyslete co nejefektivnější algoritmus, který je slije do jedné setříděné posloupnosti.

Příklad B2 (5 bodů). Je dán acyklický orientovaný graf a dva jeho vrcholy x, y . Popište co nejefektivnější algoritmus, který spočítá, kolik vede cest z x do y .

Příklad C (5 bodů). Ukažte, jak v logaritmickeém čase rozdělit (a, b) -strom T na stromy T_1 a T_2 obsahující prvky z T menší, resp. větší než zadaná hodnota x .

Malá nápověda: Zkuste nejdříve vymyslet slučování dvou stromů do jednoho.

Poznámky:

Příklady jsou tři druhů: teoretické **A**i, u kterých byste měli vše precizně formulovat a zdůvodnit, dále praktické **B**i, kde se můžete odkazovat na algoritmy a věty z přednášky, aniž byste je museli odvozovat, a konečně nepovinný příklad **C**, jenž slouží jako lahůdka pro ty, kdo budou s písemkou dříve hotovi.

Ke každému algoritmu neodmyslitelně patří rozbor jeho správnosti (není-li zjevná) a časové a paměťové složitosti.

Při zkoušce je zapovězeno používat zápisky, kalkulačky, mobily, své kolegy, jakož i jiné pomůcky. Společně vyřešené úlohy budou obodovány taktéž společně.

Hodně štěstí!