

Příklad A1 (5 bodů). Popište algoritmus pro násobení n -ciferných čísel v čase lepším než $\Theta(n^2)$. Dokažte, že funguje, a rozeberte časovou a paměťovou složitost.

Příklad A2 (5 bodů). Popište algoritmus pro nalezení všech mostů v neorientovaném grafu (most je hrana, jejímž odebráním se zvýší počet komponent souvislosti). Dokažte, že funguje, a rozeberte časovou a paměťovou složitost.

Příklad B1 (5 bodů). Bolek a Lolek zabloudili v tajuplném hradu a chtějí se vrátit domů. Nemají to ovšem tak jednoduché, protože jsou na různých místech a v hradu je spousta dálkově ovládaných dveří – těmi může projít jeden z našich hrdinů právě tehdy, když u ovládacího panelu dveří, který je umístěn někde jinde, stojí ten druhý. Vymyslete algoritmus, který dostane na vstupu popis hradu (čtverečková síť s vyznačenými zdmi a páry dveře-ovladač), počáteční souřadnice obou hrdinů a hradní brány, a nalezne trajektorie, po kterých se hrdinové mají pohybovat, aby oba z hradu unikli.

Příklad B2 (5 bodů). Navrhněte co nejefektivnější algoritmus, který pro zadanou posloupnost čísel $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ a číslo $x \in \mathbb{R}$ zjistí, zda existují i a j taková, že $a_i + a_j = x$.

Příklad C (5 bodů). Je dáno číslo k a množina číslic $C \subset \{0, \dots, 9\}$. Navrhněte algoritmus, který nalezne nejmenší kladné celé číslo dělitelné číslem k , jehož desítkový zápis obsahuje pouze číslice z množiny C .

Poznámky:

Příklady jsou tří druhů: teoretické **A** i , u kterých byste měli vše precizně formulovat a zdůvodnit, dále praktické **B** i , kde se můžete odkazovat na algoritmy a věty z přednášky, aniž byste je museli odvozovat, a konečně nepovinný příklad **C**, jenž slouží jako lahůdka pro ty, kdo budou s písemkou dříve hotovi.

Ke každému algoritmu neodmyslitelně patří rozbor jeho správnosti (není-li zjevná) a časové a paměťové složitosti.

Při zkoušce je zapovězeno používat zápisky, kalkulačky, mobily, své kolegy, jakož i jiné pomůcky. Společně vyřešené úlohy budou obodovány taktéž společně.

Hodně štěstí!