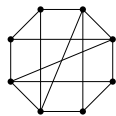


---

Úlohy k cvičení

Úloha 1: Rozhodněte, jestli graf na obrázku je rovinný, či nikoliv.



Úloha 2:

- (a) Určete maximální možný počet stěn v rovinném nakreslení rovinného grafu s  $n$  vrcholy.
- (b) Určete maximální možný počet stěn v rovinném nakreslení rovinného grafu s  $n$  vrcholy při dodatečné podmínce, že vnější stěna je ohraničena kružnicí délky  $k$ .

Úloha 3: Dokažte, že každý eulerovský rovinný graf lze nakreslit do roviny jedním uzavřeným nekřížícím se tahem. (Tah se může pouze “dotýkat” ve vrcholech.)

Úloha 4:

- (a) Dokažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný.
- (b) Nalezněte příklad rovinného grafu s co nejvíce vrcholy, jehož doplněk je rovinný.

Úloha 5: Existuje kubický (tedy 3-regulární) rovinný graf, který obsahuje:

- (a) právě 12 šestiúhelníkových stěn (a žádné další)?
- (b) právě 12 pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?
- (c) jednu dvacetiúhelníkovou stěnu, deset pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?

Úloha 6: Mějme souvislý  $k$ -regulární rovinný graf  $G$  s  $n$  vrcholy a takovým nakreslením, že všechny stěny mají stupeň  $\ell$ .

- (a) Ukažte, že  $n(2k + 2\ell - k\ell) = 4\ell$ .
- (b) Odvoďte, že jediné možnosti  $(k, \ell)$  jsou  $(3, 3)$ ,  $(3, 4)$ ,  $(3, 5)$ ,  $(4, 3)$ ,  $(5, 3)$ . Ke každé z variant dopočítejte počet hran.
- (c) Pro každou z předchozích variant nalezněte rovinný graf s daným  $k$  a  $\ell$ .

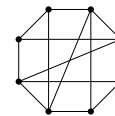
Úloha 7: Charakterizujte

- (a) takové rovinné grafy, že duální graf jejich libovolného rovinného nakreslení nemá žádnou smyčku.
- (b) takové rovinné grafy, že duální graf jejich libovolného rovinného nakreslení nemá žádnou smyčku ani dvojici násobných hran.

---

Úlohy k cvičení

Úloha 1: Rozhodněte, jestli graf na obrázku je rovinný, či nikoliv.



Úloha 2:

- (a) Určete maximální možný počet stěn v rovinném nakreslení rovinného grafu s  $n$  vrcholy.
- (b) Určete maximální možný počet stěn v rovinném nakreslení rovinného grafu s  $n$  vrcholy při dodatečné podmínce, že vnější stěna je ohraničena kružnicí délky  $k$ .

Úloha 3: Dokažte, že každý eulerovský rovinný graf lze nakreslit do roviny jedním uzavřeným nekřížícím se tahem. (Tah se může pouze “dotýkat” ve vrcholech.)

Úloha 4:

- (a) Dokažte, že doplněk rovinného grafu s 11 vrcholy nemůže být rovinný.
- (b) Nalezněte příklad rovinného grafu s co nejvíce vrcholy, jehož doplněk je rovinný.

Úloha 5: Existuje kubický (tedy 3-regulární) rovinný graf, který obsahuje:

- (a) právě 12 šestiúhelníkových stěn (a žádné další)?
- (b) právě 12 pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?
- (c) jednu dvacetiúhelníkovou stěnu, deset pětiúhelníkových stěn (a žádné další)?

Úloha 6: Mějme souvislý  $k$ -regulární rovinný graf  $G$  s  $n$  vrcholy a takovým nakreslením, že všechny stěny mají stupeň  $\ell$ .

- (a) Ukažte, že  $n(2k + 2\ell - k\ell) = 4\ell$ .
- (b) Odvoďte, že jediné možnosti  $(k, \ell)$  jsou  $(3, 3)$ ,  $(3, 4)$ ,  $(3, 5)$ ,  $(4, 3)$ ,  $(5, 3)$ . Ke každé z variant dopočítejte počet hran.
- (c) Pro každou z předchozích variant nalezněte rovinný graf s daným  $k$  a  $\ell$ .

Úloha 7: Charakterizujte

- (a) takové rovinné grafy, že duální graf jejich libovolného rovinného nakreslení nemá žádnou smyčku.
- (b) takové rovinné grafy, že duální graf jejich libovolného rovinného nakreslení nemá žádnou smyčku ani dvojici násobných hran.