

Úlohy ke cvičení

Úloha 1:

Pro každé přirozené n sestrojte graf G_n , který má přesně n automorfismů, neboli izomorfiismů $G_n \rightarrow G_n$.

Úloha 2: Najděte všechny grafy, které jako podgraf neobsahují

- a) cestu délky 2,
- b) cestu délky 3,
- c) cestu délky 4,
- d) žádnou sudou kružnici.

Úloha 3: Najděte všechny grafy, které neobsahují indukovanou cestu délky 2.

Úloha 4: Ukažte, že když G obsahuje lichý cyklus jako podgraf, tak potom obsahuje také nějaký lichý cyklus jako indukovaný podgraf.

Úloha 5: Necht G je graf a $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ je jeho matice sousednosti. V závislosti na počtu vrcholů a hran určete součet všech prvků $A_i \cdot \bar{v}_i$ výraz

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}.$$

Úloha 6: Necht G je graf bez trojúhelníků a A jeho matice sousednosti. Jaké prvky má na hlavní diagonále A^3 , \bar{v}_i , třetí mocnina A^3 ?

Úloha 7: Ověřte, jestli následující posloupnost je skóre grafu, a pokud ano, sestrojte nějaký takový:

- a) (1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5)
- b) (1, 2, 3, 4, 5, 5, 6)

Úloha 8: Najděte příklad dvou grafů (dvou stromů, stromu a grafu, co není strom) se stejným skóre.

Úloha 9: Dokažte, že graf se všemi stupni sudými neobsahuje most, tedy hranu, jejímž odebráním se zvýší počet komponent.

Úloha 10: Ukažte, že pokud má $2k$ -regulární graf sudý počet hran, tak bnd k nebo $|V(G)|$ je sudé.

Úloha 11: Pro každá dvě přirozená čísla k, n taková, že $k < n$ a $2|kn$, najděte příklad k -regulárního grafu na n vrcholech.

Úlohy ke cvičení

Úloha 1:

Pro každé přirozené n sestrojte graf G_n , který má přesně n automorfismů, neboli izomorfiismů $G_n \rightarrow G_n$.

Úloha 2: Najděte všechny grafy, které jako podgraf neobsahují

- a) cestu délky 2,
- b) cestu délky 3,
- c) cestu délky 4,
- d) žádnou sudou kružnici.

Úloha 3: Najděte všechny grafy, které neobsahují indukovanou cestu délky 2.

Úloha 4: Ukažte, že když G obsahuje lichý cyklus jako podgraf, tak potom obsahuje také nějaký lichý cyklus jako indukovaný podgraf.

Úloha 5: Necht G je graf a $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ je jeho matice sousednosti. V závislosti na počtu vrcholů a hran určete součet všech prvků $A_i \cdot \bar{v}_i$ výraz

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}.$$

Úloha 6: Necht G je graf bez trojúhelníků a A jeho matice sousednosti. Jaké prvky má na hlavní diagonále A^3 , \bar{v}_i , třetí mocnina A^3 ?

Úloha 7: Ověřte, jestli následující posloupnost je skóre grafu, a pokud ano, sestrojte nějaký takový:

- a) (1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5)
- b) (1, 2, 3, 4, 5, 5, 6)

Úloha 8: Najděte příklad dvou grafů (dvou stromů, stromu a grafu, co není strom) se stejným skóre.

Úloha 9: Dokažte, že graf se všemi stupni sudými neobsahuje most, tedy hranu, jejímž odebráním se zvýší počet komponent.

Úloha 10: Ukažte, že pokud má $2k$ -regulární graf sudý počet hran, tak bnd k nebo $|V(G)|$ je sudé.

Úloha 11: Pro každá dvě přirozená čísla k, n taková, že $k < n$ a $2|kn$, najděte příklad k -regulárního grafu na n vrcholech.