

---

## Úlohy k cvičení

*Úloha 1:* Dokažte větu o čtyřech barvách pro rovinné grafy bez trojúhelníků.

*Úloha 2:* Dokažte, že každý rovinný graf lze získat jako sjednocení pěti hranově disjunktních lesů. (Platí to i pro tři lesy, ale to není tak snadné dokázat.)

*Úloha 3:* Nechť  $G$  je graf získaný jako sjednocení dvou rovinných grafů. Dokažte, že  $G$  lze obarvit 12 barvami.

*Úloha 4\*:* Ukažte, že má-li rovinný graf sudé stupně, pak barevnost jeho duálu je rovna dvěma. (Pokud Vám to pomůže, můžete předpokládat, že graf je souvislý.)

*Úloha 5\*:* Ukažte, že neexistuje eulerovský rovinný graf, jehož všechny stěny (včetně vnější) by byly ohraničeny jedním pěticyklem a jinak trojúhelníky.