

---

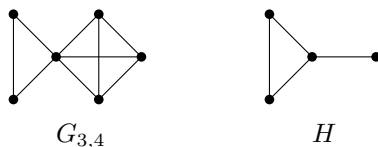
## Domácí úkol 2

---

Všechna řešení pečlivě zdůvodněte!

Z následujících dvou úloh si vyberte tu, která Vám lépe vyhovuje, a tu řešte. Je samozřejmě povoleno řešit obě, ale dostanete body pouze za lepší řešení, buď a) nebo b). (Motivace: Chci nabídnout více bodovanou úlohu b). Nicméně, kdyby tato úloha někomu přišla příliš těžká, tak může řešit a) za malinko méně bodů, kterou považuju za snazší.)

- (a) Pro  $m, n \geq 2$  označíme  $G_{m,n}$  graf, který získáme tak, že uvážíme grafy  $K_m$  a  $K_n$  a slepíme je za vrchol. Na obrázku vlevo je graf  $G_{3,4}$ . V závislosti na  $m$  a  $n$  určete počet 4-prvkových podmnožin  $W \subseteq V(G_{m,n})$  takových, že indukovaný graf na této podmnožině  $G_{m,n}[W]$  je izomorfní grafu  $H$  na obrázku vpravo. [5 bodů]



- (b) Necht  $G = (V, E)$  je souvislý graf, který má přesně čtyři vrcholy lichého stupně a ostatní vrcholy sudého stupně. Ukažte, že v grafu  $G$  lze najít dva tahy  $(v_0, e_1, v_1, \dots, e_s, v_s)$  a  $(v'_0, e'_1, v'_1, \dots, e'_t, v'_t)$  takové, že množiny  $\{e_1, e_2, \dots, e_s\}$  a  $\{e'_1, e'_2, \dots, e'_t\}$  jsou disjunktní a jejich sjednocení je množina  $E$ . [7 bodů]