Matice sousednosti

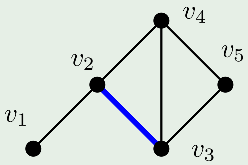
Definice

Nechť $G = (V, E)$ je graf s n vrcholy $v_1, \ldots, v_n$. Potom matice sousednosti grafu G je $n \times n$ matice $A_G = (a_{ij})_{i,j=1}^{n}$ definovaná jako

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ pokud } \{v_i, v_j\} \in E \\ 0 \text{ pokud } \{v_i, v_j\} \notin E \end{cases}$$

Příklad

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



Věta o počtu sledů

Věta (o počtu sledů)

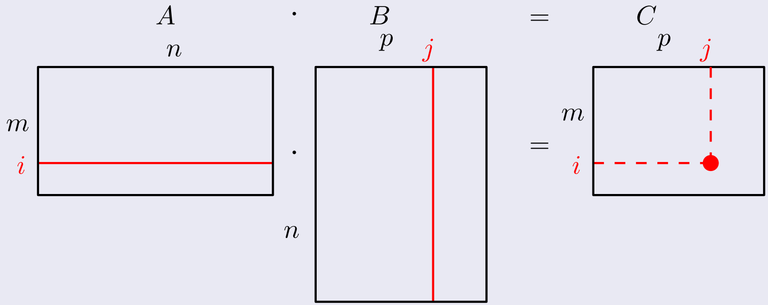
Nechť $G = (V, E)$ je graf, $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$ a A je matice sousednosti G. Označme k. mocninu matice A jako $A^k = (a_{ij}^{(k)})$. Potom $a_{ij}^{(k)}$ je počet sledů délky k z vrcholu v_i do vrcholu v_j v G.

Věta o počtu sledů

Věta (o počtu sledů)

Nechť $G = (V, E)$ je graf, $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$ a A je matice sousednosti G. Označme k. mocninu matice A jako $A^k = (a_{ij}^{(k)})$. Potom $a_{ij}^{(k)}$ je počet sledů délky k z vrcholu v_i do vrcholu v_j v G.

Připomenutí (Násobení matic)



$c_{ij} = \sum_{\ell=1}^{n} a_{i\ell} b_{\ell j}$

Důkaz věty o počtu sledů

Věta (o počtu sledů)

Nechť $G = (V, E)$ *je graf,* $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ *a* A *je matice sousednosti* G*. Označme* k*. mocninu matice* A *jako* $A^k = (a_{ij}^{(k)})$*. Potom* $a_{ij}^{(k)}$ *je počet sledů délky* k *z vrcholu* v_i *do vrcholu* v_j *v* G*.*

Důkaz věty o počtu sledů

Věta (o počtu sledů)

Nechť $G = (V, E)$ *je graf,* $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$ *a* A *je matice sousednosti* G*. Označme* k*. mocninu matice* A *jako* $A^k = (a_{ij}^{(k)})$*. Potom* $a_{ij}^{(k)}$ *je počet sledů délky* k *z vrcholu* v_i *do vrcholu* v_j *v* G*.*

Důkaz.

- Indukcí podle k.

Důkaz věty o počtu sledů

Věta (o počtu sledů)

Nechť $G = (V, E)$ *je graf,* $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$ *a* A *je matice sousednosti* G*. Označme* k*. mocninu matice* A *jako* $A^k = (a_{ij}^{(k)})$*. Potom* $a_{ij}^{(k)}$ *je počet sledů délky* k *z vrcholu* v_i *do vrcholu* v_j *v* G*.*

Důkaz.

- Indukcí podle k.
- 1. indukční krok $k = 1$, definice matice sousednosti.

Důkaz věty o počtu sledů

Věta (o počtu sledů)

Nechť $G = (V, E)$ *je graf,* $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ *a* A *je matice sousednosti* G*. Označme* k*. mocninu matice* A *jako* $A^k = (a_{ij}^{(k)})$*. Potom* $a_{ij}^{(k)}$ *je počet sledů délky* k *z vrcholu* v_i *do vrcholu* v_j *v* G*.*

Důkaz.

- Indukcí podle k.
- 1. indukční krok $k = 1$, definice matice sousednosti.
- 2. IK, dokazujeme pro $k > 1$, předpokládáme pro nižší hodnoty.

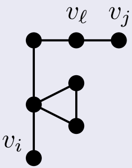
Důkaz věty o počtu sledů

Věta (o počtu sledů)

Nechť $G = (V, E)$ je graf, $V = \{v_1, \dots, v_n\}$ a A je matice sousednosti G. Označme k. mocninu matice A jako $A^k = (a_{ij}^{(k)})$. Potom $a_{ij}^{(k)}$ je počet sledů délky k z vrcholu v_i do vrcholu v_j v G.

Důkaz.

- Indukcí podle k.
- 1. indukční krok $k = 1$, definice matice sousednosti.
- 2. IK, dokazujeme pro $k > 1$, předpokládáme pro nižší hodnoty.



- Sled délky k z v_i do v_j rozložíme na sled délky $k-1$ z v_i do nějakého v_ℓ a na sled délky 1 (hranu) z v_ℓ do v_j.

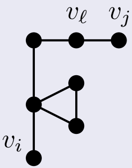
Důkaz věty o počtu sledů

Věta (o počtu sledů)

Nechť $G = (V, E)$ *je graf,* $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$ *a* A *je matice sousednosti* G*. Označme* k*. mocninu matice* A *jako* $A^k = (a_{ij}^{(k)})$*. Potom* $a_{ij}^{(k)}$ *je počet sledů délky* k *z vrcholu* v_i *do vrcholu* v_j *v* G*.*

Důkaz.

- Indukcí podle k.
- 1. indukční krok $k = 1$, definice matice sousednosti.
- 2. IK, dokazujeme pro $k > 1$, předpokládáme pro nižší hodnoty.



  - Sled délky k z v_i do v_j rozložíme na sled délky $k-1$ z v_i do nějakého v_ℓ a na sled délky 1 (hranu) z v_ℓ do v_j.
  - Tedy počet sledů délky k je roven $\sum_{\ell=1}^{n} a_{i\ell}^{(k-1)} a_{\ell j}^{(1)} = a_{ij}^{(k)}$.

$\square$

Grafová metrika

Definice

Je-li dán souvislý graf $G = (V, E)$ a dva vrcholy $v_1, v_2 \in V$, potom vzdáleností v_1 a v_2 rozumíme délku nejkratší cesty spojující v_1 a v_2, tuto vzdálenost značíme $\mathrm{dist}(v_1, v_2)$.

Grafová metrika

Definice

Je-li dán souvislý graf $G = (V, E)$ a dva vrcholy $v_1, v_2 \in V$, potom vzdáleností v_1 a v_2 rozumíme délku nejkratší cesty spojující v_1 a v_2, tuto vzdálenost značíme $\mathrm{dist}(v_1, v_2)$.

Vlastnosti:

- (Nezápornost) $\mathrm{dist}(v_1, v_2) \geq 0$ a $\mathrm{dist}(v_1, v_2) = 0 \Leftrightarrow v_1 = v_2$.

Grafová metrika

Definice

Je-li dán souvislý graf $G = (V, E)$ a dva vrcholy $v_1, v_2 \in V$, potom vzdáleností v_1 a v_2 rozumíme délku nejkratší cesty spojující v_1 a v_2, tuto vzdálenost značíme $\mathrm{dist}(v_1, v_2)$.

Vlastnosti:

- (Nezápornost) $\mathrm{dist}(v_1, v_2) \geq 0$ a $\mathrm{dist}(v_1, v_2) = 0 \Leftrightarrow v_1 = v_2$.
- (Symetrie) $\mathrm{dist}(v_1, v_2) = \mathrm{dist}(v_2, v_1)$.

Grafová metrika

Definice

Je-li dán souvislý graf $G = (V, E)$ a dva vrcholy $v_1, v_2 \in V$, potom vzdáleností v_1 a v_2 rozumíme délku nejkratší cesty spojující v_1 a v_2, tuto vzdálenost značíme $\mathrm{dist}(v_1, v_2)$.

Vlastnosti:

- (Nezápornost) $\mathrm{dist}(v_1, v_2) \geq 0$ a $\mathrm{dist}(v_1, v_2) = 0 \Leftrightarrow v_1 = v_2$.
- (Symetrie) $\mathrm{dist}(v_1, v_2) = \mathrm{dist}(v_2, v_1)$.
- (Trojúhelníková nerovnost.)
  $\mathrm{dist}(v_1, v_2) + \mathrm{dist}(v_2, v_3) \geq \mathrm{dist}(v_1, v_3)$.

Grafová metrika

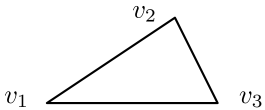
Definice

Je-li dán souvislý graf $G = (V, E)$ a dva vrcholy $v_1, v_2 \in V$, potom vzdáleností v_1 a v_2 rozumíme délku nejkratší cesty spojující v_1 a v_2, tuto vzdálenost značíme $\mathrm{dist}(v_1, v_2)$.

Vlastnosti:

- (Nezápornost) $\mathrm{dist}(v_1, v_2) \geq 0$ a $\mathrm{dist}(v_1, v_2) = 0 \Leftrightarrow v_1 = v_2$.
- (Symetrie) $\mathrm{dist}(v_1, v_2) = \mathrm{dist}(v_2, v_1)$.
- (Trojúhelníková nerovnost.)
  $\mathrm{dist}(v_1, v_2) + \mathrm{dist}(v_2, v_3) \geq \mathrm{dist}(v_1, v_3)$.

Trojúhelníková nerovnost pro standardní vzdálenost v rovině:



Stupeň a skóre

Definice

Nechť $G = (V, E)$ je graf a $v \in V$. Potom stupeň vrcholu v je počet hran vycházejících z v. Stupeň v značíme $\deg v$. (Popř. $\deg_G v$ chceme-li zdůraznit G.)

Stupeň a skóre

Definice

Nechť $G = (V, E)$ je graf a $v \in V$. Potom stupeň vrcholu v je počet hran vycházejících z v. Stupeň v značíme $\deg v$. (Popř. $\deg_G v$ chceme-li zdůraznit G.)
Nechť $v_1, \dots, v_n$ jsou v nějakém pořadí vrcholy G. Potom posloupnost

$$(\deg v_1, \dots, \deg v_n)$$

se nazývá skóre grafu G.

Stupeň a skóre

Definice

Nechť $G = (V, E)$ je graf a $v \in V$. Potom stupeň vrcholu v je počet hran vycházejících z v. Stupeň v značíme $\deg v$. (Popř. $\deg_G v$ chceme-li zdůraznit G.)
Nechť $v_1, \ldots, v_n$ jsou v nějakém pořadí vrcholy G. Potom posloupnost

$$(\deg v_1, \ldots, \deg v_n)$$

se nazývá skóre grafu G.

- Dvě skóre považujeme za stejná, pokud se liší permutací souřadnic.

Stupeň a skóre

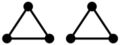
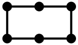
Definice

Nechť $G = (V, E)$ je graf a $v \in V$. Potom stupeň vrcholu v je počet hran vycházejících z v. Stupeň v značíme $\deg v$. (Popř. $\deg_G v$ chceme-li zdůraznit G.)

Nechť $v_1, \ldots, v_n$ jsou v nějakém pořadí vrcholy G. Potom posloupnost

$$(\deg v_1, \ldots, \deg v_n)$$

se nazývá skóre grafu G.

- Dvě skóre považujeme za stejná, pokud se liší permutací souřadnic.
- Může pomáhat rozlišovat neizomorfní grafy, ale v obecnosti nestačí. Např:  a  mají stejné skóre.

Princip sudosti

Tvrzení (Princip sudosti)

Pro každý graf $G = (V, E)$ platí

$$\sum_{v \in V} \deg v = 2|E|.$$

Princip sudosti

Tvrzení (Princip sudosti)

Pro každý graf $G = (V, E)$ *platí*

$$\sum_{v \in V} \deg v = 2|E|.$$

Důkaz.

- $\deg v$ je počet hran vycházejících z v.

Princip sudosti

Tvrzení (Princip sudosti)

Pro každý graf $G = (V, E)$ platí

$$\sum_{v \in V} \deg v = 2|E|.$$

Důkaz.

- $\deg v$ je počet hran vycházejících z v.
- Sečtením všech stupňů, započítáme každou hranu dvakrát. $\square$

Princip sudosti

Tvrzení (Princip sudosti)

Pro každý graf $G = (V, E)$ platí

$$\sum_{v \in V} \deg v = 2|E|.$$

Důkaz.

- $\deg v$ je počet hran vycházejících z v.
- Sečtením všech stupňů, započítáme každou hranu dvakrát. $\square$

Důsledek (o vrcholech lichého stupně)

Počet vrcholů lichého stupně je pro každý graf sudý.

Princip sudosti

Tvrzení (Princip sudosti)

Pro každý graf $G = (V, E)$ platí

$$\sum_{v \in V} \deg v = 2|E|.$$

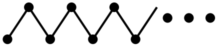
Důkaz.

- $\deg v$ je počet hran vycházejících z v.
- Sečtením všech stupňů, započítáme každou hranu dvakrát. $\square$

Důsledek (o vrcholech lichého stupně)

Počet vrcholů lichého stupně je pro každý graf sudý.

- Neplatí pro nekonečné grafy



Věta o skóre

Věta (o skóre)

Nechť $D = (d_1, d_2, \ldots, d_n)$ *je posloupnost nezáporných celých čísel, taková, že* $d_1 \leq d_2 \leq \cdots \leq d_n$. *Označme* $D' = (d'_1, \ldots, d'_{n-1})$ *definovanou jako* $d'_i = \begin{cases} d_i \text{ pro } i < n - d_n, \\ d_i - 1 \text{ pro } i \geq n - d_n. \end{cases}$

Potom D *je skóre grafu, právě když* D' *je skóre grafu.*

Věta o skóre

Věta (o skóre)

Nechť $D = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ *je posloupnost nezáporných celých čísel, taková, že* $d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_n$. *Označme* $D' = (d'_1, \dots, d'_{n-1})$ *definovanou jako* $d'_i = \begin{cases} d_i \text{ pro } i < n - d_n, \\ d_i - 1 \text{ pro } i \geq n - d_n. \end{cases}$

Potom D *je skóre grafu, právě když* D' *je skóre grafu.*

Důkaz: D' je skóre $\Rightarrow$ D je skóre.

- D' je skóre grafu $G' = (V', E')$, $V' = \{v_1, \dots, v_{n-1}\}$, $\deg v_i = d'_i$.

Věta o skóre

Věta (o skóre)

Nechť $D = (d_1, d_2, \ldots, d_n)$ je posloupnost nezáporných celých čísel, taková, že $d_1 \leq d_2 \leq \cdots \leq d_n$. Označme $D' = (d'_1, \ldots, d'_{n-1})$ definovanou jako $d'_i = \begin{cases} d_i \text{ pro } i < n - d_n, \\ d_i - 1 \text{ pro } i \geq n - d_n. \end{cases}$
Potom D je skóre grafu, právě když D' je skóre grafu.

Důkaz: D' je skóre $\Rightarrow$ D je skóre.

- D' je skóre grafu $G' = (V', E')$, $V' = \{v_1, \ldots, v_{n-1}\}$, $\deg v_i = d'_i$.
- Definujme $G = (V, E)$ tak, že $V := V' \cup \{v_n\}$ a $E = E' \cup \{\{v_i, v_n\} : i \geq n - d_n\}$.

Věta o skóre

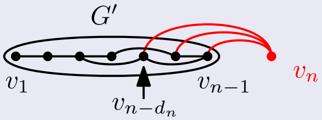
Věta (o skóre)

Nechť $D = (d_1, d_2, \ldots, d_n)$ je posloupnost nezáporných celých čísel, taková, že $d_1 \leq d_2 \leq \cdots \leq d_n$. Označme $D' = (d'_1, \ldots, d'_{n-1})$ definovanou jako $d'_i = \begin{cases} d_i \text{ pro } i < n - d_n, \\ d_i - 1 \text{ pro } i \geq n - d_n. \end{cases}$

Potom D je skóre grafu, právě když D' je skóre grafu.

Důkaz: D' je skóre $\Rightarrow$ D je skóre.

- D' je skóre grafu $G' = (V', E')$, $V' = \{v_1, \ldots, v_{n-1}\}$, $\deg v_i = d'_i$.
- Definujme $G = (V, E)$ tak, že $V := V' \cup \{v_n\}$ a $E = E' \cup \{\{v_i, v_n\} : i \geq n - d_n\}$.
- Pak D je skórem G.



$\square$

Věta o skóre, druhá implikace

Věta (o skóre)

Nechť $D = (d_1, d_2, \ldots, d_n)$ *je posloupnost nezáporných celých čísel, taková, že* $d_1 \leq d_2 \leq \cdots \leq d_n$. *Označme* $D' = (d'_1, \ldots, d'_{n-1})$ *definovanou jako* $d'_i = \begin{cases} d_i \text{ pro } i < n - d_n, \\ d_i - 1 \text{ pro } i \geq n - d_n. \end{cases}$

Potom D *je skóre grafu, právě když* D' *je skóre grafu.*

Věta o skóre, druhá implikace

Věta (o skóre)

Nechť $D = (d_1, d_2, \ldots, d_n)$ je posloupnost nezáporných celých čísel, taková, že $d_1 \leq d_2 \leq \cdots \leq d_n$. Označme $D' = (d'_1, \ldots, d'_{n-1})$ definovanou jako $d'_i = \begin{cases} d_i \text{ pro } i < n - d_n, \\ d_i - 1 \text{ pro } i \geq n - d_n. \end{cases}$
Potom D je skóre grafu, právě když D' je skóre grafu.

Důkaz: D je skóre $\Rightarrow$ D' je skóre.

- **Pomocné tvrzení:** Mezi grafy se skórem D existuje graf $G = (V, E)$ takový, že $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$, $d_i = \deg v_i$ a navíc v_n je spojen s posledními d_n vrcholy, tj. $v_{n-d_n}, v_{n-d_n+1}, \ldots, v_{n-1}$.

Věta o skóre, druhá implikace

Věta (o skóre)

Nechť $D = (d_1, d_2, \ldots, d_n)$ *je posloupnost nezáporných celých čísel, taková, že* $d_1 \leq d_2 \leq \cdots \leq d_n$. *Označme* $D' = (d'_1, \ldots, d'_{n-1})$ *definovanou jako* $d'_i = \begin{cases} d_i \text{ pro } i < n - d_n, \\ d_i - 1 \text{ pro } i \geq n - d_n. \end{cases}$

Potom D *je skóre grafu, právě když* D' *je skóre grafu.*

Důkaz: D je skóre $\Rightarrow$ D' je skóre.

- **Pomocné tvrzení:** Mezi grafy se skórem D existuje graf $G = (V, E)$ takový, že $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$, $d_i = \deg v_i$ a navíc v_n je spojen s posledními d_n vrcholy, tj. $v_{n-d_n}, v_{n-d_n+1}, \ldots, v_{n-1}$.
- Tato implikace věty o skóre hned plyne z pomocného tvrzení: stačí odebrat v_n a dostaneme graf se skórem D'. $\square$

Důkaz pomocného tvrzení

Tvrzení

Mezi grafy se skórem D existuje graf $G = (V, E)$ takový, že $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$, $d_i = \deg v_i$ a navíc v_n je spojen s posledními d_n vrcholy, tj. $v_{n-d_n}, v_{n-d_n+1}, \ldots, v_{n-1}$.

Důkaz pomocného tvrzení

Tvrzení

Mezi grafy se skórem D *existuje graf* $G = (V, E)$ *takový, že* $V = \{v_1, \dots, v_n\}$, $d_i = \deg v_i$ *a navíc* v_n *je spojen s posledními* d_n *vrcholy, tj.* $v_{n-d_n}, v_{n-d_n+1}, \dots, v_{n-1}$.

Důkaz.

- Nechť G_0 je libovolný graf se skórem D.

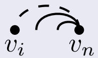
Důkaz pomocného tvrzení

Tvrzení

Mezi grafy se skórem D existuje graf $G = (V, E)$ takový, že $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$, $d_i = \deg v_i$ a navíc v_n je spojen s posledními d_n vrcholy, tj. $v_{n-d_n}, v_{n-d_n+1}, \ldots, v_{n-1}$.

Důkaz.

- Nechť G_0 je libovolný graf se skórem D.
- Nechť $i \in [n-1]$ je největší takové, že v_i není spojen s v_n.



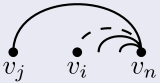
Důkaz pomocného tvrzení

Tvrzení

Mezi grafy se skórem D existuje graf $G = (V, E)$ takový, že $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$, $d_i = \deg v_i$ a navíc v_n je spojen s posledními d_n vrcholy, tj. $v_{n-d_n}, v_{n-d_n+1}, \ldots, v_{n-1}$.

Důkaz.

- Nechť G_0 je libovolný graf se skórem D.
- Nechť $i \in [n-1]$ je největší takové, že v_i není spojen s v_n.
- Nechť v_j je spojen s v_n tak, že $j < i$.



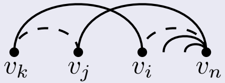
Důkaz pomocného tvrzení

Tvrzení

Mezi grafy se skórem D existuje graf $G = (V, E)$ takový, že $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$, $d_i = \deg v_i$ a navíc v_n je spojen s posledními d_n vrcholy, tj. $v_{n-d_n}, v_{n-d_n+1}, \ldots, v_{n-1}$.

Důkaz.

- Nechť G_0 je libovolný graf se skórem D.
- Nechť $i \in [n-1]$ je největší takové, že v_i není spojen s v_n.
- Nechť v_j je spojen s v_n tak, že $j < i$.
- Pak existuje v_k spojené s v_i nespojené s v_j, neboť $\deg v_i \geq \deg v_j$.



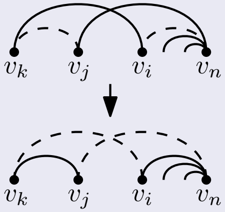
Důkaz pomocného tvrzení

Tvrzení

Mezi grafy se skórem D existuje graf $G = (V, E)$ takový, že $V = \{v_1, \dots, v_n\}$, $d_i = \deg v_i$ a navíc v_n je spojen s posledními d_n vrcholy, tj. $v_{n-d_n}, v_{n-d_n+1}, \dots, v_{n-1}$.

Důkaz.

- Nechť G_0 je libovolný graf se skórem D.
- Nechť $i \in [n-1]$ je největší takové, že v_i není spojen s v_n.
- Nechť v_j je spojen s v_n tak, že $j < i$.
- Pak existuje v_k spojené s v_i nespojené s v_j, neboť $\deg v_i \geq \deg v_j$.
- Prohodíme hrany $\{v_j, v_n\}$ a $\{v_i, v_k\}$ za $\{v_k, v_j\}$ a $\{v_i, v_n\}$. Dostaneme G_1 se skórem D.



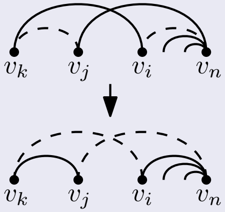
Důkaz pomocného tvrzení

Tvrzení

Mezi grafy se skórem D existuje graf $G = (V, E)$ takový, že $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$, $d_i = \deg v_i$ a navíc v_n je spojen s posledními d_n vrcholy, tj. $v_{n-d_n}, v_{n-d_n+1}, \ldots, v_{n-1}$.

Důkaz.

- Nechť G_0 je libovolný graf se skórem D.
- Nechť $i \in [n-1]$ je největší takové, že v_i není spojen s v_n.
- Nechť v_j je spojen s v_n tak, že $j < i$.
- Pak existuje v_k spojené s v_i nespojené s v_j, neboť $\deg v_i \geq \deg v_j$.
- Prohodíme hrany $\{v_j, v_n\}$ a $\{v_i, v_k\}$ za $\{v_k, v_j\}$ a $\{v_i, v_n\}$. Dostaneme G_1 se skórem D.
- Po konečně mnoha opakováních máme požadovaný graf. $\square$



Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(1, 1, 2, 3, 5, 6, 6, 6)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(1, 1, 2, 3, 5, 6, 6, 6)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(1, \underline{1, 2, 3, 5, 6, 6}, 6)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1, 0, 1, 2, 4, 5, 5)$ je skóre.

Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(1,1,2,3,5,6,6,6)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(1,\underline{1,2,3,5,6,6},6)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1,0,1,2,4,5,5)$ je skóre.
- $(1,0,1,2,4,5,5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0,1,1,2,4,5,5)$ je skóre.

Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(1, 1, 2, 3, 5, 6, 6, 6)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(1, \underline{1, 2, 3, 5, 6, 6}, 6)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1, 0, 1, 2, 4, 5, 5)$ je skóre.
- $(1, 0, 1, 2, 4, 5, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 1, 1, 2, 4, 5, 5)$ je skóre.
- $(0, \underline{1, 1, 2, 4, 5}, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 0, 1, 3, 4)$ je skóre.

Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(1, 1, 2, 3, 5, 6, 6, 6)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(1, \underline{1, 2, 3, 5, 6, 6}, 6)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1, 0, 1, 2, 4, 5, 5)$ je skóre.
- $(1, 0, 1, 2, 4, 5, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 1, 1, 2, 4, 5, 5)$ je skóre.
- $(0, \underline{1, 1, 2, 4, 5}, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 0, 1, 3, 4)$ je skóre.
- $(0, \underline{0, 0, 1, 3}, 4)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, -1, -1, 0, 2)$ je skóre.

Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(1, 1, 2, 3, 5, 6, 6, 6)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(1, \underline{1, 2, 3, 5, 6, 6}, 6)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1, 0, 1, 2, 4, 5, 5)$ je skóre.
- $(1, 0, 1, 2, 4, 5, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 1, 1, 2, 4, 5, 5)$ je skóre.
- $(0, \underline{1, 1, 2, 4, 5}, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 0, 1, 3, 4)$ je skóre.
- $(0, \underline{0, 0, 1, 3}, 4)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, -1, -1, 0, 2)$ je skóre.
- $(0, -1, -1, 0, 2)$ není skóre, tedy ani $(1, 1, 2, 3, 5, 6, 6, 6)$ nemůže být skóre. $\square$

Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(2, 2, 3, 3, 5, 5)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(\underline{2, 2, 3, 3, 5}, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1, 1, 2, 2, 4)$ je skóre.

Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(2, 2, 3, 3, 5, 5)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(\underline{2, 2, 3, 3, 5}, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1, 1, 2, 2, 4)$ je skóre.
- $(\underline{1, 1, 2, 2}, 4)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 1, 1)$ je skóre.

Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(2, 2, 3, 3, 5, 5)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(\underline{2, 2, 3, 3, 5}, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1, 1, 2, 2, 4)$ je skóre.
- $(\underline{1, 1, 2, 2}, 4)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 1, 1)$ je skóre.
- $(0, 0, \underline{1}, 1)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 0)$ je skóre.

Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(2, 2, 3, 3, 5, 5)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(\underline{2, 2, 3, 3, 5}, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1, 1, 2, 2, 4)$ je skóre.
- $(\underline{1, 1, 2, 2}, 4)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 1, 1)$ je skóre.
- $(0, 0, \underline{1}, 1)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 0)$ je skóre.

$\square$

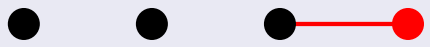
Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(2, 2, 3, 3, 5, 5)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(\underline{2, 2, 3, 3, 5}, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1, 1, 2, 2, 4)$ je skóre.
- $(\underline{1, 1, 2, 2}, 4)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 1, 1)$ je skóre.
- $(0, 0, \underline{1}, 1)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 0)$ je skóre.



$\square$

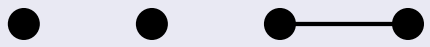
Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(2, 2, 3, 3, 5, 5)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(\underline{2, 2, 3, 3, 5}, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1, 1, 2, 2, 4)$ je skóre.
- $(\underline{1, 1, 2, 2}, 4)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 1, 1)$ je skóre.
- $(0, 0, \underline{1}, 1)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 0)$ je skóre.



$\square$

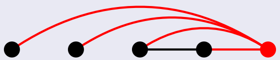
Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(2,2,3,3,5,5)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(\underline{2,2,3,3,5},5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1,1,2,2,4)$ je skóre.
- $(\underline{1,1,2,2},4)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0,0,1,1)$ je skóre.
- $(0,0,\underline{1},1)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0,0,0)$ je skóre.



$\square$

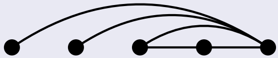
Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(2, 2, 3, 3, 5, 5)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(\underline{2, 2, 3, 3, 5}, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1, 1, 2, 2, 4)$ je skóre.
- $(\underline{1, 1, 2, 2}, 4)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 1, 1)$ je skóre.
- $(0, 0, \underline{1}, 1)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 0)$ je skóre.



$\square$

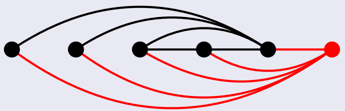
Poznávání skóre grafu

Příklad

Poznejte, zda posloupnost $(2, 2, 3, 3, 5, 5)$ je skóre nějakého grafu. Pokud ano, nějaký takový graf sestrojte.

Řešení.

- $(\underline{2, 2, 3, 3, 5}, 5)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(1, 1, 2, 2, 4)$ je skóre.
- $(\underline{1, 1, 2, 2}, 4)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 1, 1)$ je skóre.
- $(0, 0, \underline{1}, 1)$ je skóre $\Leftrightarrow$ $(0, 0, 0)$ je skóre.



$\square$