

Jméno:

1	2	3	4	Σ

Zkouška z Diskrétní matematiky — písemná část (vzor)

- U početních příkladů je kromě konečného výsledku nutné uvést i správný postup řešení.
 - Číselné výsledky nemusíte upravovat. Například odpověď $2^3 \binom{5}{2}$ je stejně dobrá jako odpověď 80.
-

1. Definujte symetrickou a tranzitivní relaci na množině X . Kolik je symetrických relací na n -prvkové množině? [5 bodů]
2. Definujte střední hodnotu náhodné veličiny. Nechť π je náhodná permutace množiny $[n]$ (všechny permutace mají stejnou pravděpodobnost; $[n] = \{1, \dots, n\}$). Spočítejte střední hodnotu počtu $k \in [n]$ takových, že $\pi(k) = k + 1$. [7 bodů]
3. Mějme graf $G = (V, E)$ a nechť A je matice sousednosti G . Nechť $B = A^2$ je její druhá mocnina. Dokažte, že součet prvků na hlavní diagonále matice B je roven $2|E|$. Tedy ukažte, že

$$\sum_{i=1}^n b_{ii} = 2|E|, \quad \text{pokud} \quad B = (b_{ij})_{i,j=1}^n.$$

Můžete využívat tvrzení dokázaná na přednášce. (Pokud příklad neumíte vyřešit, definujte alespoň matici sousednosti.) [9 bodů]

4. Formulujte a dokažte Eulerův vzorec pro rovinné grafy. [9 bodů]