

6. cvičení z MA — 24. 11. 2008

(Tentokrát jsou příklady čerpány od Mirka Rokyty)

Konvergence řad

1. Zjistěte, zda konvergují následující řady.

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 + 3n + 4}{2n^2 + 5}, & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 + 1}, & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!}, & \sum_{n=1}^{\infty} \binom{2n}{n} \frac{1}{5^n}, \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + 5} - \sqrt[3]{n^2 + 1}}{\sqrt[4]{n}}, & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n+1}\sqrt{2n+3}}, & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n + 3^n}, \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^{n^2}}, & \sum_{n=3}^{\infty} \frac{3}{2^n - 2n}, & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + (-1)^n n}{3^n + (-1)^n n}, & \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^3 + 1} - \sqrt{n^3 - 1}), \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{5^n}, & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 4^n}{4^n + 5^n}, & \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n^2 + 3n + 4}{(2n^2 + 5)^2}. \end{aligned}$$

2. Určete, pro která $z \in \mathbb{R}$ následující řady konvergují.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 z^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!} z^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n} z^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2} z^n.$$