

Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Spočítejte následující limity.

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2}$
b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^3}$
c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} \right)$

Úloha 2: Určete limity

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sum_{k=1}^n k}{n+2} - \frac{n}{2} \right)$.
b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n [xk]$ v závislosti na reálném parametru x .
c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$.

Úloha 3: Sečtěte řady

- a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n - 2^{n+1}}{6^n}$.
b) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1}$.
c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$.
d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+5)}$.
e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)}$.
f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$.

Úloha 4: Spočítejte následující limity

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$.
b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \dots \frac{2n-1}{2n}$.
c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[8]{2} \dots \sqrt[2^n]{2}$
d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2^3 - 1}{2^3 + 1} \cdot \frac{3^3 - 1}{3^3 + 1} \dots \frac{n^3 - 1}{n^3 + 1} \right)$.

Úloha 5: Za použití $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} = \ln 2$ a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = e^a$ určete součet řad

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+1)}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(n+1)}{n!}$