Martin Beránek, 3.F

Úloha A8 – Absorpce β záření

Pracovní úkol:

1. Určete maximální energie elektronů emitovaných při β rozpadu $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ a $^{90}_{39}\mathrm{Y}$. Hodnoty určete z naměřené absorpční křivky i z maximálních doletů.

Teorie: Protože β rozpad doprovází emise antineutrina s velmi malou (nebo nulovou) klidovou energií, může mít měřený elektron libovolnou energii až po určitou maximální hodnotu danou energetickým úbytkem jádra. Energie elektronů se v této úloze zkoumá na základě jejich interakce se stíněním. Pro elektrony s určitou maximální energií existuje maximální dolet R_β v prostředí. Pro různá prostředí existují empiricky určené vztahy mezi R_β a maximální energií elektronů E_0. (Pro hliníkový absorbátor např v [1].)

Pro elektronového záření se spektrem odpovídajícím β rozpadu lze považovat závislost intenzity na tloušťce (hmotě) stínění za přibližně exponenciální. Ve vzorku zkoumaném v úloze probíhají dva různé β rozpady a navíc je nutno uvažovat „pozadí“ – tedy jak vnější záření, tak i elektrony, které kvůli rozptylu na stěnách „obejdou“ stínění a γ složka zářiče. Celková zaznamenaná intenzita by tedy měla přibližně odpovídat vztahu

$$N = N_1 \exp\left(-\mu_1 \eta\right) + N_2 \exp\left(-\mu_2 \eta\right) + N_0\,, \tag{1}$$

kde N_1 je intenzita elektronů produkovaných při prvním rozpadu, N_2 při druhém a N_0 je intenzita pozadí. Absorpční koeficienty pro spektra obou rozpadů jsou μ_1 a μ_2. Plošná hustota absorbátoru je η.

Pro hliníkový absorbátor je (podle [1]) vztah mezi absorpčním koeficientem μ a příslušnou maximální energií spektra E_0:

$$\mu\,[\mathrm{cm}^2 \cdot \mathrm{g}^{-1}] = 22 \cdot \left(E_0\,[\mathrm{MeV}]\right)^{-4/3}\,. \tag{2}$$

Pro maximální dolet elektronů s energií E_0 platí podle [1]

$$\eta_{\max}\,[\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-2}] = \begin{cases} 0{,}407 \cdot \left(E_0\,[\mathrm{MeV}]\right)^{1{,}38} & \text{pro } 0{,}15 < E_0 \leq 0{,}8\,\mathrm{MeV} \\ 0{,}542 \cdot \left(E_0\,[\mathrm{MeV}]\right) - 0{,}133 & \text{pro } E_0 > 0{,}8\,\mathrm{MeV} \end{cases}\,, \tag{3}$$

kde $\eta_{\max}$ je plošná hustota hliníkového absorbátoru, který odstíní všechny dopadající elektrony.

Pro výpočet maximální energie ve spektru je tedy třeba najít tloušťku absorbátoru, při které se lomí graf intenzity dopadajícího záření. Pak pro energii v MeV a tloušťku absorbátoru v $\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-2}$ platí

$$E_0 = \begin{cases} \left(\eta_{\max}/0{,}407\right)^{1/1{,}38} & \text{pro } 0{,}03 < \eta_{\max} \leq 0{,}3\,\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-2} \\ \left(\eta_{\max} + 0{,}133\right)/0{,}542 & \text{pro } \eta_{\max} > 0{,}3\,\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-2} \end{cases}\,. \tag{4}$$

Měření: Měřil jsem čas, za který bylo zaznamenáno 1000 impulsů z Geiger-Mülerova detektoru. Z toho plyne, že jednotlivé naměřené intenzity mají relativní chybu $(1/\sqrt{1000})$. Měřil jsem intenzity při postupně zesilovaném stínění. Získané hodnoty (již přepočtené na intenzity záření v impulsech za sekundu) jsou uvedeny v tabulce 1. Hodnota η je opravena o stínění okénka detektoru (tj. je k ní přičteno $2\,\mathrm{mg}\cdot\mathrm{cm}^{-2}$). Hodnota σ_N je absolutní chyba četnosti elektronů.

$\eta\,[\mathrm{mg}\cdot\mathrm{cm}^{-2}]$	11,9	21,7	31,5	41,2	50,9	60,6	70,8	81,1	91,6
$N\,[\mathrm{imp}\cdot\mathrm{s}^{-1}]$	178,9	143,5	132,1	108,9	91,5	83,6	73,8	66,3	62,3
$\sigma_N\,[\mathrm{imp}\cdot\mathrm{s}^{-1}]$	5,7	4,5	4,2	3,4	2,9	2,6	2,3	2,1	2,0
$\eta\,[\mathrm{mg}\cdot\mathrm{cm}^{-2}]$	102,2	112,8	123,6	134,6	145,9	157,2	182,3	207,6	232,9
$N\,[\mathrm{imp}\cdot\mathrm{s}^{-1}]$	56,9	52,6	49,7	46,3	42,5	39,2	34,4	31,24	28,25
$\sigma_N\,[\mathrm{imp}\cdot\mathrm{s}^{-1}]$	1,8	1,7	1,6	1,5	1,3	1,2	1,1	0,99	0,89
$\eta\,[\mathrm{mg}\cdot\mathrm{cm}^{-2}]$	259,1	288,7	422,7	559,7	696,7	837,7	978,7	1119,8	
$N\,[\mathrm{imp}\cdot\mathrm{s}^{-1}]$	23,14	20,32	9,41	5,09	3,016	2,298	2,231	2,132	
$\sigma_N\,[\mathrm{imp}\cdot\mathrm{s}^{-1}]$	0,73	0,64	0,30	0,16	0,095	0,073	0,071	0,067	

Tabulka 1 – intenzita β záření v závislosti na tloušťce stínění

Při měření s velmi silnou vrstvou stínění jsem získal hodnotu $N_0 = (1{,}79 \pm 0{,}06)\,\mathrm{imp}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Vzhledem k odlišnému tvaru stínění v tomto případě a v případě předchozím se hodnoty v tabulce 1 nemusí blížit přesně k N_0.

Hodnoty z tabulky jsem vynesl do grafu a pokusil jsem se je proložit funkcí (1). K nelineární regresi metodou nejmenších čtverců jsem použil program Gnuplot. Při iterování z náhodných počátečních hodnot nelze dojít k uspokojivému výsledku, takže jsem použil poněkud jiný postup. Nejprve jsem za N_1 a μ_1 dosadil napevno nuly a hodnotu N_0 nastavil podle naměřené (viz předchozí odstavec). Poté jsem nafitoval zbylé dva parametry N_2 a μ_2 za použití hodnot $\eta > 200\,\mathrm{mg}\cdot\mathrm{cm}^{-2}$. V tomto případě algoritmus bez problémů konvergoval k žádoucímu výsledku. Dále jsem provedl regresi se čtyřmi parametry – N_1, μ_1, N_2 a μ_2, přičemž jsem za počáteční hodnoty N_2 a μ_2 dosadil předchozí výsledek. I v tomto případě algoritmus regrese bez problémů konvergoval. V posledním kroku jsem přidal ještě parametr N_0 a tím jsem získal výslednou sadu koeficientů

$$\begin{aligned} N_1 &= (141 \pm 16)\,\mathrm{imp}\cdot\mathrm{s}^{-1}, & \mu_1 &= (43 \pm 5)\,\mathrm{cm}^2\cdot\mathrm{g}^{-1},\\ N_2 &= (103 \pm 3)\,\mathrm{imp}\cdot\mathrm{s}^{-1}, & \mu_2 &= (6{,}22 \pm 0{,}14)\,\mathrm{cm}^2\cdot\mathrm{g}^{-1},\\ N_0 &= (1{,}90 \pm 0{,}07)\,\mathrm{imp}\cdot\mathrm{s}^{-1}. \end{aligned}$$

Přepočtením absorpčních koeficientů podle vztahu (2) pak získám maximální energie elektronů pro oba rozpady:

$$E_1 = (610 \pm 60)\,\mathrm{keV} \quad \text{a} \quad E_2 = (2{,}58 \pm 0{,}06)\,\mathrm{MeV}.$$

Výsledná chyba je určena podle pravidel pro přenos statistické chyby. Hodnota E_1 odpovídá maximu energie elektronů při rozpadu ${}^{90}_{38}\mathrm{Sr} \to {}^{90}_{38}\mathrm{Y} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}$ a E_2 je maximální energie při rozpadu ${}^{90}_{39}\mathrm{Y} \to {}^{90}_{40}\mathrm{Zr} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}$.

Druhá metoda vychází z nalezení tloušťky absorbátoru, při které již žádné elektrony neprojdou. V grafu 2 je zobrazena intenzita elektronů po odečtení intenzity „pozadí“. Velmi dobře je vidět „schod“ poblíž hodnoty $250\,\mathrm{mg}\cdot\mathrm{cm}^{-2}$. Tento shod odpovídá mezi průniku záření o energii E_1. Druhý schod už v grafu vidět není. Je to způsobeno tím, že se bude vyskytovat až za největší hodnotou stínění, se kterou jsem měřil.

V prvním případě z grafu odhadnu $\eta_{\max} = (0{,}24 \pm 0{,}02)\,\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-2}$. Podle vztahu (4) pak vychází maximální energie $E_1 = (680 \pm 40)\,\mathrm{keV}$.

Maximální průnik pro druhé spektrum β záření mohu jen odhadovat. Z klesání grafu budu předpokládat, že $\eta_{\max} = (1{,}2 \pm 0{,}1)\,\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-2}$. Z toho vychází $E_2 = (2{,}5 \pm 0{,}2)\,\mathrm{MeV}$.

Diskuze: Z grafu 1 je vidět, že vztah (1) nevystihuje přesně naměřená data. Nicméně jeho použitím vychází poměrně rozumné výsledky. Jádro ${}^{90}_{40}\mathrm{Zr}$ obsahuje 50 neutronů, takže by mělo být velmi stabilní s vysokou vazebnou energií. Tedy E_2 by měla být znatelně větší než E_1 (protože tyto energie odpovídají rozdílu hmotností jader). Toto vychází. Přesné hodnoty vazebných energií pro zkoumaná jádra se mi ale nepodařilo zjistit, takže přesněji nemohu naměřené hodnoty ověřit.

Obě metody pro určení maximální energie dávají v rámci chyby stejné výsledky. V případě E_1 lze v grafu poměrně přesně určit mezní tloušťku absorbátoru a výpočet energie podle vztahu (4) dává poněkud lepší výsledky, než metoda založená na vztahu (1). Naopak v případě druhé mezní energie E_2 nelze metodu maximálního doletu prakticky vůbec použít, protože pro potřebnou šířku absorbátoru již nemám experimentální data.

Intenzita záření pozadí změřená při použití silného stínění v rámci chyb dobře odpovídá hodnotě získané regresí.

Na základě statistických výpočtů by se měla dát určit teoretická hodnota intenzity záření bez stínění. Poločasy rozpadu pro výše uvedené izotopy se značně liší. Pro stroncium je 27,7 roku a pro yttrium 64,0 hodin (viz [2]). Po několika měsících bude intenzita obou zářičů prakticky stejná (s přesností na několik řádů). Úplně přesně bude o něco větší intenzita záření ${}^{90}_{39}\mathrm{Y}$.

Naměřená data ale ukazují, že je vyšší intenzita záření ${}^{90}_{38}\mathrm{Sr}$. Rozdíl je znatelně větší než chyba měření. Zjištěnou skutečnost lze vysvětlit několika způsoby. Pokud bych předpokládal, že ve vzorku bylo původně jen ${}^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ a vzorek není starší než asi měsíc, tak se ještě nestačilo vytvořit dostatečné množství yttria (maximální množství bude ve vzorku právě asi po jednom měsíci). Pak je jasné, že intenzita záření stroncia bude vyšší. Druhým možným vysvětlením jsou odchylky vztahu (1) od skutečnosti, systematické chyby dané geometrií experimentu a další vlivy, které nedokážu přesněji popsat.

Závěr: Změřil jsem závislost intenzity β záření na tloušťce hliníkového absorbátoru. Pomocí proložení exponenciální závislostí (1) a pomocí hodnot maximálních doletů jsem určil mezní energie ve spektrech β rozpadů.

Energii rozpadu ${}^{90}_{38}\mathrm{Sr} \to {}^{90}_{38}\mathrm{Y} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}$ jsem pomocí proložení exponenciálou určil na $(610 \pm 60)\,\mathrm{keV}$ a pomocí hodnoty mezního doletu pak na $(680 \pm 40)\,\mathrm{keV}$. Je vidět, že se výsledky obou metod shodují.

Energii rozpadu ${}^{90}_{39}\mathrm{Y} \to {}^{90}_{40}\mathrm{Zr} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu}$ jsem pomocí regrese určil na $(2{,}58 \pm 0{,}06)\,\mathrm{MeV}$. Pro metodu maximálního doletu zde chybí experimentální data. Spíše odhadem jsem dospěl k hodnotě $(2{,}5 \pm 0{,}2)\,\mathrm{MeV}$.

Ve vzorku dochází ke dvěma β rozpadům, přičemž druhý vede k velmi stabilnímu jádru s vysokou vazebnou energií. Z toho plyne, že maximální energie spekter obou rozpadů by se měly značně lišit. To odpovídá zjištěným hodnotám.

Oba probíhající rozpady mají řádově rozdílný poločas rozpadu. Zjistil jsem, že intenzita rozpadů stroncia je poněkud vyšší, což by mohlo odpovídat tomu, že vzorek je mladší než jeden měsíc (a původně v něm bylo pouze stroncium a žádné yttrium).

Literatura:

[1] P. Cejnar: text k úloze A8, 1991
[2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980