Martin Beránek, 3.F

Úloha A7 – Měření úhlového rozdělení fotonů z anihilace elektron-pozitronového páru

Pracovní úkol:

1. Ověřte měřením, že směry výletu anihilačních fotonů vznikajících po β^+ rozpadu jader ^{22}Na svírají úhel 120°.
2. Určete položířku úhlového rozdělení.
3. Vysvětlete tvar naměřeného rozdělení.

Teorie: Pozitron vzniklý při β^+ rozpadu nejprve projde velkým množstvím srážek a pak anihiluje s elektronem za vzniku dvou γ kvant. Protože srážky mají na pohyb pozitronu náhodné vlivy, které se sčítají, budu předpokládat, že vzdálenost pozitronu od zářiče v okamžiku anihilace je rozložena podle normálního rozdělení. (Toto předpokládám na základě skutečnosti, že velké množství malých náhodných vlivů dá ve výsledku normální rozdělení – viz např [2].)

Na čítači se zaznamenávají pouze koincidence, tedy případy, kdy oba vzniklé fotony dopadnou na detektory. Pokud budu předpokládat, že se vzniklé fotony pohybují v přesně opačných směrech, stačí vzít jeden detektor a „zobrazit“ jej středově souměrně přes zdroj záření. Průnik plochy tohoto zobrazeného detektoru s plochou druhého detektoru bude úměrný množství zaznamenaných koincidencí. Předchozí úvaha plyne z toho, že pokud má jeden foton dopadnout na detektor č. 1 a druhý na detektor č. 2, tak je to to samé, jako když má jeden foton dopadnout na průnik detektoru 1 a obrazu detektoru 2.

Pokud by byl zdroj fotonů bodový, lze průnik vyřešit jednoduchými geometrickými úvahami. Pro detektor, který má svislé hrany citlivé oblasti (např. kruhový detektor částečně zastíněný olověnými bloky) vyjde závislost intenzity s ostrým maximem a lineárním poklesem k nulové hodnotě ve vzdálenosti šířky detektoru od maxima. V případě kruhových detektorů je závislost poněkud složitější, ale vyznačuje se opět ostrým maximem a poklesem k nule ve vzdálenosti rovné šířce detektoru. Ve skutečnosti má zdroj konečné rozměry a navíc produkuje fotony v různých místech s různou intenzitou. Pokud budu předpokládat, že gaussovská závislost na vzdálenosti od středu zdroje platí až do nekonečna (zanedbám přechod mezi materiálem obalu zářiče a vzduchem apod.), mohu provést jednoduchou integraci. Výsledkem je, že celková intenzita záření z úzké svislé části zdroje souvisí s (horizontální) vzdáleností od středu opět podle normálního rozdělení.

Obrazem úzkého svislého detektoru tedy bude gaussovská křivka (s dvojnásobnou šířkou oproti rozdělení intenzity v zářiči). Odpovídající úhlové rozdělení bych tedy naměřil v případě, že bych měřil s detektory s velmi malou šířkou citlivé oblasti. Pokud měřím se širokým detektorem, bude jeho obrazem superpozice mnoha navzájem posunutých normálních rozdělení. Rozsah těchto posunutí bude odpovídat (úhlové) šířce detektoru. Při měření v daném úhlu pak z této křivky vyberu výsek o šířce detektoru a ten měřením zintegruji. Protože je integrál Gaussovy funkce analyticky nezapsatelný, nebudu v tomto směru dále pokračovat.

Z několika pokusů na konkrétních grafech jsem zjistil, že pokud je rozptyl středů křivek normálního rozdělení, které sčítám malý (maximálně srovnatelný s položířkou jedné té křivky), vychází výsledná křivka, která se od Gaussovy příliš neliší. Její položířku se mi ale nepodařilo nijak rozumně odvodit. Z kvalitativního hlediska se ale dá odvodit, že by měla narůstat s rozšířením množiny těch rozdělení, co sčítám. Normální rozdělení má inflexní body přibližně v polovině výšky maxima. Obdobně vypadají rozdělení vzniklé superpozicí vzájemně posunutých normálních. Tyto mají navíc velmi „placaté“ maximum. Pokud tedy integruji určitou šířku tohoto rozdělení kolem maxima, neprojeví se velký rozdíl. Pokud ale integruji širší „pruh“ v oblasti, kde rozdělení roste (klesá), budou hodnoty poněkud vyšší (protože tam křivka přechází z konkávní na konvexní, resp. naopak) a položířka se tudíž zvětší.

Měření: Měřil jsem ve dvou uspořádáních. První měření probíhalo s detektorem zastíněným olověnými bloky tak, že zbývala citlivá plocha o šířce 11 mm. Druhé měření bylo provedeno se zcela odkrytým detektorem. V tomto případě byla citlivá plocha kruhová o průměru 46 mm.

Vzdálenost detektorů od zářiče je 20 cm.

Pro detektor zastíněný olovem jsem naměřil hodnoty vypsané v tabulce 1 a vynesené v grafu 1. Naměřenými hodnotami jsem se pokusil proložit křivku normálního rozdělení. V tomto případě velmi dobře vystihuje naměřená data. Vyplývá z ní položířka úhlového rozdělení

$$w_{1/2} = (3{,}80 \pm 0{,}04)^\circ .$$

φ [°]	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177
I [koinc./100 s]	33	30	20	17	31	21	36	21	28	41	71	183	697
φ [°]	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190
I [koinc./100 s]	2070	3323	4360	3619	2289	929	190	71	42	23	20	34	22

Tabulka 1 – úhlové rozdělení intenzity pro detektor se stíněním

Množství náhodných koincidencí jde zjistit dvěma způsoby. Mohu zprůměrovat hodnoty z tabulky 1 u kterých je jasné, že jsou to jen náhodné koincidence. V tomto případě vyjde

$$N_{\mathrm{a}1} = (26 \pm 2)\,\text{koincidencí}/100\,\mathrm{s}\,.$$

Druhou možností je určit tuto hodnotu z vertikálního posunutí normálního rozdělení od osy. Tímto způsobem vychází po fitování na naměřená data hodnota

$$N_{\mathrm{a}2} = (25 \pm 3)\,\text{koincidencí}/100\,\mathrm{s}\,.$$

Měření s detektorem bez stínění je shrnuto v tabulce 2 a v grafu 2. Je vidět, že v tomto případě nevystihuje normální rozložení dostatečně dobře naměřená data. Položířka určená z naměřených dat a odečtená z grafu je

$$w_{1/2} = (17{,}7 \pm 0{,}5)^\circ\,.$$

Zprůměrováním těch údajů z tabulky 2 o kterých předpokládám, že vyjadřují už jen náhodné koincidence vyjde hodnota

$$N_{\mathrm{a}} = (179 \pm 3)\,\text{koincidencí}/100\,\mathrm{s}\,.$$

φ [°]	160	165	167	168	169	170	171	172	173	174
I [koinc./100 s]	186	168	177	184	316	453	950	1843	2992	4198
φ [°]	175	176	177	178	179	180	181	182	183	184
I [koinc./100 s]	5543	7067	8217	9861	10727	11403	11016	10205	9203	7892
φ [°]	185	186	187	188	189	190	192	195		
I [koinc./100 s]	6352	5005	3668	2429	1411	629	228	182		

Tabulka 2 – úhlové rozdělení intenzity pro detektor bez stínění

V obou případech je maximum úhlového rozložení okolo 180°. V případě experimentu s olovem vychází maximum úhlového rozložení na

$$\varphi_0 = (180{,}08 \pm 0{,}02)^\circ\,.$$

DISKUZE: Naměřené rozdělení je symetrické kolem úhlu φ_0 (vzhledem k přesnosti nastavování úhlů lze tuto hodnotu považovat za rovnou 180°). Rozdělení má kolem tohoto úhlu ostré maximum, což naznačuje, že vznikající fotony budou navzájem svírat úhel blízký 180°. Přesný rozsah, resp. chybu této hodnoty nejde z těchto experimentálních dat určit, protože kvantitativně neznám více různých vlivů, které způsobují „rozmazání“ úhlového rozdělení.

Tvar úhlového rozdělení je v obou případech blízký normálnímu rozdělení. V obou případech se také projevují odchylky očekávané v teoretické části. Dolní část naměřeného rozdělení je „více prohnutá“, jinak řečeno naměřené hodnoty kolem začátku stoupání křivky jsou nižší, než by odpovídalo normálnímu rozdělení. Stejně tak je možné vidět, že maximum naměřených dat je o něco ploší, než u normálního rozdělení.

Úhlová velikost detektoru s olověnými bloky je asi 3,15° a detektoru bez stínění pak 13,2°. V obou případech je vidět určitá blízkost teoretické položířky v případě bodového zářiče a skutečně naměřené položířky. Naměřená položířka je mírně větší, což je způsobeno jak zaoblením (a tudíž snížením) maxima, tak i rozšířením rozdělení. Nicméně lze očekávat, že položířka naměřeného rozdělení bude zhruba odpovídat úhlové velikosti detektoru (při pohledu od zářiče). Tvar rozdělení je pro malé detektory Gaussova křivka, pro širší detektory se bude pravděpodobně blížit k lichoběžníkovému tvaru.

ZÁVĚR: Proměřil jsem úhlové rozdělení produkce γ kvant po elektron-pozitronové anihilaci. Maximum rozložení je v rámci přesnosti měření při úhlu $\varphi = 180°$ a rychle klesá. Z toho lze usuzovat, na platnost toho, že vznikající

γ kvanta se šíří přesně opačnými směry, ale pro přesné určení horního limitu odchylky od tohoto směru nemám dostatek informací.

Zjistil jsem, že tvar úhlového rozdělení pro úzký detektor dobře odpovídá normálnímu rozdělení. V případě širšího detektoru jsou odchylky poněkud větší. Zjištěné odchylky od normálního rozdělení odpovídají kvalitativním závěrům z teoretické části. Položířka naměřených rozdělení zhruba odpovídá úhlové velikosti detektorů měřené od zářiče. Vzhledem k tomu, že všechny γ kvanta nejsou produkována v jednom bodě, je skutečná položířka o něco větší.

Literatura:

[1] Vít Vorbel: text k úloze A7, 2000
[2] K. Rektorys a kol.: Přehled užité matematiky, SNTL, Praha, 1981