Úloha A4 – absorpční koeficient záření γ pro některé elementy

Pracovní úkol:

1. Určete absorpční koeficient záření γ pro elementy Al, Fe a Pb v závislosti na energii záření. Zpracujte graficky.
2. Stanovte polotloušťku výše uvedených materiálů pro některé energie: 186,2, 241,9, 295,2, 351,9, 609,3, 1120,3, 1238,3, 1408,0, 1509,3 a 1764,5 keV.
3. Srovnejte experimentální hodnoty s hodnotami teoretickými (teoretické hodnoty interpolujte) pro elementy Al, Fe a Pb (viz tabulka u experimentu).
4. Případný nesouhlas zdůvodněte.

Teorie: Gama záření procházející látkou je v důsledku různých interakcí zeslabováno. Pokud na materiál o tloušťce d dopadá N_0 kvant, projde skrz N kvant, kde

$$N = N_0 \exp(-\mu d) \,, \tag{1}$$

kde μ je koeficient zeslabení specifický pro určitý materiál a určitou energii γ záření. Koeficient μ lze určit nejlépe tak, že změřím intenzitu záření procházející různě silnou vrstvou materiálu a provedu regresi podle vztahu (1).

Polotloušťka $d_{1/2}$ je šířka materiálu, ve které se pohltí polovina fotonů dopadajícího γ záření. Dosazením do (1) vychází

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} \,. \tag{2}$$

Měření: Nejprve jsem zkalibroval detektor podle známých peaků ve spektru radonu s energiemi 351,92, 609,32, 1120,29, 1764,50 a 2204,10 keV.

Stínící materiály přiložené k této úloze jsou olověné destičky o tloušťce $(1{,}02 \pm 0{,}02)$ mm a $(5{,}10 \pm 0{,}02)$ mm, dále železné destičky tloušťky $(5{,}00 \pm 0{,}01)$ mm a hliníkové tloušťky $(2{,}45 \pm 0{,}02)$ mm.

Dále jsme zaznamenal spektrum radonu bez vloženého stínění. Vybral jsem hodnoty energií podle bodu 2. pracovních úkolů. Tyto energie odpovídají peakům ve spektru a program obsluhující detektor umí automaticky určit počet kvant patřících k tomuto peaku, které dopadnou na detektor za sekundu.

Tabulka 1 shrnuje výsledky měření s olověnými destičkami; d je tloušťka stínění a hodnoty ve středu tabulky jsou počty detekovaných fotonů za sekundu pro danou vlnovou délku.

	d [mm]					
E [keV]	0,00	1,02	2,04	3,06	4,08	5,10
186,2	$93{,}5 \pm 1{,}9$	$32{,}6 \pm 3{,}2$	$10{,}2 \pm 2{,}9$	$8{,}6 \pm 2{,}7$	$6{,}0 \pm 2{,}5$	$7{,}7 \pm 2{,}4$
241,9	$169{,}7 \pm 2{,}0$	$84{,}1 \pm 3{,}5$	$43{,}7 \pm 3{,}2$	$24{,}1 \pm 2{,}9$	$8{,}7 \pm 2{,}8$	
295,2	$374{,}4 \pm 2{,}2$	$244{,}6 \pm 3{,}9$	$157{,}5 \pm 3{,}6$	$99{,}9 \pm 3{,}4$	$65{,}1 \pm 3{,}2$	$46{,}0 \pm 3{,}0$
351,9	$626{,}5 \pm 2{,}6$	$453{,}9 \pm 4{,}8$	$348{,}0 \pm 4{,}5$	$261{,}3 \pm 4{,}2$	$187{,}3 \pm 4{,}0$	$140{,}9 \pm 3{,}8$
609,3	$506{,}7 \pm 1{,}5$	$456{,}0 \pm 2{,}8$	$400{,}8 \pm 2{,}7$	$356{,}9 \pm 2{,}6$	$310{,}9 \pm 2{,}6$	$282{,}7 \pm 2{,}5$
1120,3	$102{,}8 \pm 0{,}9$	$97{,}2 \pm 1{,}7$	$88{,}1 \pm 1{,}7$	$87{,}6 \pm 1{,}6$	$80{,}5 \pm 1{,}6$	$76{,}6 \pm 1{,}5$
1238,3	$35{,}7 \pm 0{,}5$	$33{,}5 \pm 1{,}1$	$32{,}1 \pm 1{,}0$	$30{,}3 \pm 1{,}0$	$28{,}7 \pm 1{,}0$	$26{,}3 \pm 1{,}0$
1408,0	$20{,}9 \pm 0{,}5$	$21{,}4 \pm 1{,}0$	$18{,}2 \pm 1{,}0$	$18{,}2 \pm 1{,}0$	$17{,}0 \pm 0{,}9$	$16{,}5 \pm 0{,}9$
1509,3	$12{,}3 \pm 0{,}5$	$11{,}2 \pm 1{,}0$	$10{,}1 \pm 1{,}0$	$12{,}6 \pm 0{,}9$	$8{,}9 \pm 0{,}9$	$8{,}6 \pm 0{,}9$
1764,5	$73{,}2 \pm 0{,}5$	$70{,}3 \pm 0{,}9$	$66{,}6 \pm 0{,}9$	$64{,}4 \pm 0{,}9$	$61{,}5 \pm 0{,}8$	$59{,}1 \pm 0{,}8$

Tabulka 1 – intenzita γ záření po průchodu olovem ([detekovaných fotonů/s])

	d [mm]				
E [keV]	0,00	5,00	10,00	15,00	20,00
186,2	$93{,}5 \pm 1{,}9$	$56{,}3 \pm 3{,}6$	$30{,}1 \pm 3{,}4$	$19{,}6 \pm 3{,}2$	$11{,}8 \pm 3{,}0$
241,9	$169{,}7 \pm 2{,}0$	$112{,}5 \pm 3{,}8$	$56{,}7 \pm 3{,}7$	$44{,}0 \pm 3{,}5$	$24{,}9 \pm 3{,}3$
295,2	$374{,}4 \pm 2{,}2$	$258{,}2 \pm 4{,}2$	$169{,}1 \pm 4{,}0$	$113{,}9 \pm 3{,}8$	$70{,}8 \pm 3{,}7$
351,9	$626{,}5 \pm 2{,}6$	$440{,}7 \pm 4{,}8$	$300{,}0 \pm 4{,}6$	$207{,}6 \pm 4{,}3$	$137{,}1 \pm 4{,}2$
609,3	$506{,}7 \pm 1{,}5$	$393{,}2 \pm 2{,}8$	$288{,}4 \pm 2{,}7$	$219{,}2 \pm 2{,}6$	$165{,}9 \pm 2{,}4$
1120,3	$102{,}8 \pm 0{,}9$	$83{,}0 \pm 1{,}7$	$69{,}0 \pm 1{,}5$	$53{,}6 \pm 1{,}5$	$43{,}6 \pm 1{,}4$
1238,3	$35{,}7 \pm 0{,}5$	$29{,}5 \pm 1{,}0$	$24{,}0 \pm 1{,}0$	$20{,}2 \pm 0{,}9$	$15{,}4 \pm 0{,}8$
1408,0	$20{,}9 \pm 0{,}5$	$17{,}9 \pm 1{,}0$	$14{,}9 \pm 0{,}9$	$11{,}2 \pm 0{,}9$	$9{,}6 \pm 0{,}8$
1509,3	$12{,}3 \pm 0{,}5$	$11{,}2 \pm 0{,}9$	$9{,}2 \pm 0{,}9$	$6{,}9 \pm 0{,}8$	$5{,}8 \pm 0{,}7$
1764,5	$73{,}2 \pm 0{,}5$	$62{,}3 \pm 0{,}9$	$51{,}4 \pm 0{,}9$	$43{,}7 \pm 0{,}8$	$39{,}2 \pm 0{,}6$

Tabulka 2 – intenzita γ záření po průchodu železem ([detekovaných fotonů/s])

	d [mm]				
E [keV]	0,00	2,45	4,90	7,35	9,80
186,2	$93{,}5 \pm 1{,}9$	$82{,}7 \pm 3{,}8$	$84{,}1 \pm 3{,}8$	$76{,}5 \pm 3{,}7$	$69{,}0 \pm 3{,}7$
241,9	$169{,}7 \pm 2{,}0$	$155{,}8 \pm 4{,}0$	$141{,}1 \pm 4{,}0$	$136{,}2 \pm 3{,}9$	$120{,}6 \pm 3{,}9$
295,2	$374{,}4 \pm 2{,}2$	$352{,}9 \pm 4{,}3$	$329{,}1 \pm 4{,}3$	$296{,}6 \pm 4{,}4$	$278{,}9 \pm 4{,}3$
351,9	$626{,}5 \pm 2{,}6$	$585{,}4 \pm 5{,}2$	$549{,}5 \pm 5{,}1$	$517{,}9 \pm 5{,}0$	$473{,}5 \pm 5{,}1$
609,3	$506{,}7 \pm 1{,}5$	$481{,}6 \pm 3{,}0$	$456{,}9 \pm 3{,}0$	$434{,}9 \pm 2{,}9$	$419{,}1 \pm 2{,}9$
1120,3	$102{,}8 \pm 0{,}9$	$97{,}4 \pm 1{,}8$	$98{,}6 \pm 1{,}7$	$90{,}6 \pm 1{,}7$	$88{,}9 \pm 1{,}7$
1238,3	$35{,}7 \pm 0{,}5$	$35{,}1 \pm 1{,}1$	$31{,}3 \pm 1{,}1$	$31{,}6 \pm 1{,}1$	$30{,}3 \pm 1{,}0$
1408,0	$20{,}9 \pm 0{,}5$	$20{,}3 \pm 1{,}0$	$19{,}5 \pm 1{,}0$	$16{,}3 \pm 1{,}1$	$19{,}0 \pm 1{,}0$
1509,3	$12{,}3 \pm 0{,}5$	$11{,}1 \pm 1{,}0$	$11{,}7 \pm 1{,}0$	$9{,}3 \pm 1{,}0$	$10{,}7 \pm 1{,}0$
1764,5	$73{,}2 \pm 0{,}5$	$71{,}2 \pm 0{,}9$	$68{,}5 \pm 1{,}0$	$66{,}2 \pm 0{,}9$	$63{,}9 \pm 0{,}9$

Tabulka 3 – intenzita γ záření po průchodu hliníkem ([detekovaných fotonů/s])

E [keV]	μ_{Pb} [cm^{-1}]	μ_{Fe} [cm^{-1}]	μ_{Al} [cm^{-1}]
186,2	$9{,}635 \pm 1{,}242$	$1{,}063 \pm 0{,}030$	$0{,}286 \pm 0{,}039$
241,9	$6{,}713 \pm 0{,}157$	$0{,}956 \pm 0{,}060$	$0{,}335 \pm 0{,}020$
295,2	$4{,}242 \pm 0{,}040$	$0{,}799 \pm 0{,}017$	$0{,}301 \pm 0{,}015$
351,9	$2{,}920 \pm 0{,}041$	$0{,}741 \pm 0{,}010$	$0{,}275 \pm 0{,}008$
609,3	$1{,}162 \pm 0{,}019$	$0{,}556 \pm 0{,}010$	$0{,}200 \pm 0{,}005$
1120,3	$0{,}582 \pm 0{,}036$	$0{,}425 \pm 0{,}009$	$0{,}148 \pm 0{,}023$
1238,3	$0{,}569 \pm 0{,}022$	$0{,}402 \pm 0{,}012$	$0{,}178 \pm 0{,}030$
1408,0	$0{,}499 \pm 0{,}081$	$0{,}389 \pm 0{,}021$	$0{,}168 \pm 0{,}074$
1509,3	$0{,}578 \pm 0{,}242$	$0{,}362 \pm 0{,}035$	$0{,}205 \pm 0{,}082$
1764,5	$0{,}422 \pm 0{,}008$	$0{,}325 \pm 0{,}012$	$0{,}137 \pm 0{,}004$

Tabulka 4 – absorpční koeficienty

Naměřené hodnoty jsem pomocí programu Gnuplot proložil funkcí (1). Výsledky jsou zobrazeny v grafech 1 až 10. (Každý graf shrnuje absorpci pro jednu energii.)

Obdobně jsme naměřil absorpci v železe (tabulka 2 a grafy 11–20) a v hliníku (tabulka 3 a grafy 21–30).

Výsledné koeficienty získané regresí spolu se statistickými chybami určenými programem Gnuplot jsou uvedeny v tabulce 4.

Hodnoty μ pro určitý materiál je možné vynést do jednoho grafu v závislosti na energii. Toto je provedeno v grafech 31, 32 a 33 (pro olovo, železo a hliník). Je vidět, že hodnoty leží na křivce, která by mohla odpovídat lomené funkci. Zkusil jsme je proložit výrazem ve tvaru

$$\mu(E) = A + \frac{B}{E} + \frac{C}{E^2}\,. \tag{3}$$

Přidávání dalších členů už nemá význam, protože výsledky regrese pak byly velmi nestabilní. Naopak u hliníku bylo pro získání rozumných výsledků třeba vynulovat i koeficient C. Funkci (3) jsem tedy nafitoval, jak je vidět

v grafech 31–33. Výsledné výrazy pro absorpční koeficient pak jsou

$$\mu_{\mathrm{Pb}}(E\,[\mathrm{keV}]) = \left[(0{,}40 \pm 0{,}04) - \frac{(170 \pm 80)}{E} + \frac{(3{,}8 \pm 0{,}2)\cdot 10^5}{E^2}\right] \mathrm{cm}^{-1}, \tag{4}$$

$$\mu_{\mathrm{Fe}}(E\,[\mathrm{keV}]) = \left[(0{,}24 \pm 0{,}01) + \frac{(210 \pm 20)}{E} - \frac{(1{,}1 \pm 0{,}3)\cdot 10^4}{E^2}\right] \mathrm{cm}^{-1}, \tag{5}$$

$$\mu_{\mathrm{Al}}(E\,[\mathrm{keV}]) = \left[(0{,}108 \pm 0{,}006) + \frac{(55 \pm 3)}{E}\right] \mathrm{cm}^{-1}. \tag{6}$$

Dalším úkolem je určit polotloušťku použitých materiálů. To provedu na základě dat v tabulce 4 podle vzorce (2). Chybu určuji podle principu přenosu statistických chyb a výsledky jsou uvedeny v tabulce 5.

E [keV]	$d_{1/2}$(Pb) [mm]	$d_{1/2}$(Fe) [mm]	$d_{1/2}$(Al) [mm]
186,2	0,72 ± 0,09	6,5 ± 0,2	24 ± 3
241,9	1,03 ± 0,02	7,3 ± 0,5	21 ± 1
295,2	1,63 ± 0,02	8,7 ± 0,2	23 ± 1
351,9	2,37 ± 0,03	9,4 ± 0,1	25,2 ± 0,7
609,3	6,0 ± 0,1	12,5 ± 0,2	34,7 ± 0,9
1120,3	11,9 ± 0,7	16,3 ± 0,3	47 ± 7
1238,3	12,2 ± 0,5	17,2 ± 0,5	39 ± 7
1408,0	14 ± 2	18 ± 1	40 ± 20
1509,3	12 ± 5	19 ± 2	30 ± 10
1764,5	16,4 ± 0,3	21,3 ± 0,8	51 ± 1

Tabulka 5 – polotloušťky materiálů

Diskuze: Absorpční koeficienty spočtené podle vztahů (4) až (6) jsme porovnal s tabulkovými hodnotami absorpčních koeficientů. V případě olova jsou mé hodnoty přibližně o 10 až 20 ⊃ % nižší než tabulkové. To lze poměrně jednoduše vysvětlit tím, že tabulkové hodnoty jsou určeny za předpokladu, že libovolně rozptýlený foton (o libovolně malý úhel) není detekován. V měřeném případě zabíral detektor sice poměrně malý, nicméně nenulový rozsah úhlů, takže zaznamenal i některé comptonovsky rozptýlené fotony. To vysvětluje nižší změřený koeficient.

V případě železa je při porovnání s tabulkami vidět stejný trend, ovšem odchylky jsou poněkud nižší. To může být dáno tím, že zde má Comptonův rozptyl oproti olovu menší zastoupení.

U hliníku se naměřené hodnoty od tabulkových liší v obou směrech (obzvláště u nižších energií). V tomto případě předpokládám, že mnou určený vztah (6) není správně ani v rámci chyby. Jde o to, že jsme prováděl nelineární fitování, jehož výsledky mohou (obzvlášť pro malé množství vstupních dat) hodně záviset na počátečních hodnotách koeficientů a dalších faktorech. I v tomto případě by bylo třeba určit koeficienty minimálně do řádu $1/E^2$, ale proložení naměřených dat touto funkcí se mi nepodařilo.

Závěr: Pro dané uspořádání pokusu a úhlový záběr detektoru jsem určil absorpční koeficienty olova, železa a hliníku jako:

$$\mu_{\mathrm{Pb}}(E\,[\mathrm{keV}]) = \left[(0{,}40 \pm 0{,}04) - \frac{(170 \pm 80)}{E} + \frac{(3{,}8 \pm 0{,}2)\cdot 10^5}{E^2}\right] \mathrm{cm}^{-1},$$

$$\mu_{\mathrm{Fe}}(E\,[\mathrm{keV}]) = \left[(0{,}24 \pm 0{,}01) + \frac{(210 \pm 20)}{E} - \frac{(1{,}1 \pm 0{,}3)\cdot 10^4}{E^2}\right] \mathrm{cm}^{-1},$$

$$\mu_{\mathrm{Al}}(E\,[\mathrm{keV}]) = \left[(0{,}108 \pm 0{,}006) + \frac{(55 \pm 3)}{E}\right] \mathrm{cm}^{-1}.$$

Tyto vztahy platí pro energie v rozsahu asi 100 keV až 2 MeV. Hodnoty pro olovo a železo odpovídají (při uvážení nenulového úhlového záběru detektoru) tabulkovým. Hodnoty pro hliník se v nižších energiích (asi do 400 keV) od tabulkových značně liší a chyba je pravděpodobně způsobena počítáním nelineárních regresí.

Určil jsme polotloušťky těchto materiálů pro γ záření různých energií – viz tabulka 5.

Literatura:

[1] J. Lipták: text k úloze A4, 1995