Martin Beránek, 3.F

Úloha A12 – Měření náboje elektronu Millikanovou metodou

Pracovní úkol:

1. Millikanovou metodou změřte náboj elektronu.
2. Při vyhodnocování výsledku proveďte korekci naměřených hodnot na konečný rozměr kapiček.

Teorie: Náboj elektronu se určuje na základě pohybu malých nabitých kapiček v kondenzátoru. Měřil jsme časy, za které kapička oleje klesla o určitou vzdálenost (bez působení elektrického pole) a časy, za které stejnou vzdálenost vystoupala nahoru (v elektrickém poli známé intenzity).

Při pádu na kapičku působí hlavně tíhová síla a odpor prostředí. Vztlakovou sílu je možné zanedbat (vzhledem k hustotě oleje a přesnosti výsledku). Předpokládám rovnoměrný pohyb, kdy se tíha a odpor prostředí vyrovná. Za předpokladu platnosti Stokesova vztahu a kulového tvaru kapiček mohu psát

$$\frac{s}{t_0} = \frac{2r^2\rho g}{9\eta}\,, \tag{1}$$

kde s je délka dráhy, na které měřím čas, t_0 čas padání, r poloměr kuličky, ρ hustota oleje, g tíhové zrychlení a η viskozita vzduchu.

Ve vztahu (1) znám všechny hodnoty mimo času a poloměru kuličky. Pokud tedy pro nějakou kuličku změřím t_0, mohu určit její poloměr.

Pokud kapička stoupá, bude na ni působit navíc elektrické pole o intenzitě E. Platí tedy

$$v_0 + v_2 = s\left(\frac{1}{t_0} + \frac{1}{t_2}\right) = \frac{qE}{6\pi\eta r}\,, \tag{2}$$

kde v_2 je rychlost a t_2 čas stoupání kapičky. Zbývá jedna neznámá veličina – náboj kapičky q. Ten bude celočíselným násobkem elementárního náboje, takže získané hodnoty mohu roztřídit do několika skupin a po vydělení získám elementární náboj. Složením vztahů (1) a (2) mohu určit náboj konkrétní kapičky

$$q = \frac{18\pi d}{U}\sqrt{\frac{\eta^3 s^3}{2\rho g t_0}}\left(\frac{1}{t_0} + \frac{1}{t_2}\right)\,, \tag{3}$$

kde U je napětí na deskách kondenzátoru a d vzdálenost desek.

Na základě takto určeného náboje je možné kapičky roztřídit do skupin podle násobků elementárního náboje a spočítat

$$e = q/n\,. \tag{4}$$

Protože jde o velmi malé kuličky (rozměr srovnatelný se střední volnou drahou molekul vzduchu), je pro získání správného číselného výsledku použít opravený vztah pro odpor prostředí (viz [1], str. 5)

$$F = \frac{6\pi\eta r v}{1 + A(\lambda/r)}\,. \tag{5}$$

Tuto korekci lze započítat (opět podle [1]) tak, že srovnám elementární náboj počítaný podle (3) a (4) se skutečným (tj. korigovaným nábojem) e_k podle vztahu

$$e^{2/3} = e_\mathrm{k}^{2/3}\left(1 + \frac{B}{rp}\right)\,, \tag{6}$$

kde p je tlak vzduchu a B konstanta.

Mohu tedy vynést závislost spočítaných hodnot e na $1/(rp)$ a po proložení přímkou bude absolutní člen roven e_k.

Směrnice proložené přímky je rovna eB, takže po vydělení hodnotou e získám konstantu B a pokud znám nějakou dvojici odpovídajících hodnot tlaku vzduchu a střední volné dráhy p_0 a λ_0, mohu vyjádřit konstantu A

$$A = \frac{B}{\lambda_0 p_0}\,. \tag{7}$$

$\rho\,[\mathrm{kg/m^3}]$	824
$d\,[\mathrm{m}]$	0,0025
$s\,[\mathrm{m}]$	0,00087
$\eta\,[\mathrm{kg/(m\cdot s)}]$	$1{,}8291\cdot10^{-5}$
$p\,[\mathrm{kPa}]$	101,300
$g\,[\mathrm{m/s^2}]$	9,810769

Tabulka 1 – hodnoty použité pro výpočet e

MĚŘENÍ: Hodnoty konstantních veličin použitých k dalším výpočtům jsou uvedeny v tabulce 1. Informace o rozměrech aparatury a o hustotě použitého oleje beru tak, jak byly uváděny přímo u úlohy v praktiku. Viskozitu vzduchu a tlak je podle [1], přičemž viskozita byla zkorigována na skutečnou teplotu 25,5 °C. Hodnota tíhového zrychlení pro Prahu je podle [2], str. 182.

Měřil jsem časy pohybu kuliček v zorném poli mikroskopu a získané hodnoty byly průběžně zpracovávány počítačem patřícím k úloze. Podle grafického zobrazení jednotlivých hodnot jsem rozdělil kapičky do skupin s jedno, dvoj a troj násobkem elementárního náboje. Dále jsme rovnou vyřadil některá nevhodná měření. To je jedno měření, ve kterém byl náboj kapičky příliš vysoký (asi $5e$) na to, aby bylo možné jednoznačně určit správnou hodnotu násobku. Dále jsme vyřadil časy, které se během měření jedné kapičky prudce změnily. Tyto změny mohly být způsobeny buďto chybou experimentátora – během měření jsme změnil kapičku, kterou sleduji, nebo tím, že kapička může i uvnitř kondenzátoru změnit svůj náboj. Průměrné naměřené časy spolu s odhadnutou odchylkou a odpovídající napětí, poloměr kuličky a náboj jsou uvedeny v tabulce 2.

t_0 [s]	σ_{t_0} [s]	t_2 [s]	σ_{t_2} [s]	U [V]	r [nm]	q [C]	e [C]
19,18	0,53	52,29	6,63	184	680	$1{,}974\cdot10^{-19}$	$1{,}974\cdot10^{-19}$
15,94	–	11,75	0,87	230	745	$3{,}594\cdot10^{-19}$	$1{,}797\cdot10^{-19}$
19,15	2,98	22,21	4,22	142,8	680	$3{,}473\cdot10^{-19}$	$1{,}737\cdot10^{-19}$
5,73	0,15	22,33	2,25	390	1244	$5{,}246\cdot10^{-19}$	$1{,}749\cdot10^{-19}$
24,24	1,14	34,68	6,00	154,3	605	$2{,}059\cdot10^{-19}$	$2{,}059\cdot10^{-19}$
45,13	1,48	22,05	1,46	104,2	443	$2{,}152\cdot10^{-19}$	$2{,}152\cdot10^{-19}$
40,05	1,25	19,72	0,18	123,7	470	$2{,}158\cdot10^{-19}$	$2{,}158\cdot10^{-19}$
19,22	1,99	18,31	3,32	156,1	679	$3{,}477\cdot10^{-19}$	$1{,}739\cdot10^{-19}$
69,99	8,62	9,90	0,19	154,5	356	$1{,}991\cdot10^{-19}$	$1{,}991\cdot10^{-19}$
24,21	1,30	23,20	3,51	186,5	605	$2{,}054\cdot10^{-19}$	$2{,}054\cdot10^{-19}$
10,31	0,35	15,80	0,34	301	927	$3{,}701\cdot10^{-19}$	$1{,}851\cdot10^{-19}$
24,68	0,75	38,26	0,71	147,1	599	$2{,}036\cdot10^{-19}$	$2{,}036\cdot10^{-19}$
36,83	2,15	10,23	0,58	232	490	$1{,}980\cdot10^{-19}$	$1{,}980\cdot10^{-19}$
10,09	0,15	14,36	0,29	318	937	$3{,}730\cdot10^{-19}$	$1{,}865\cdot10^{-19}$
15,66	0,31	23,28	3,20	317	752	$1{,}901\cdot10^{-19}$	$1{,}901\cdot10^{-19}$
19,46	2,38	27,24	4,53	262	675	$1{,}702\cdot10^{-19}$	$1{,}702\cdot10^{-19}$
15,89	0,77	32,46	1,61	269	747	$1{,}951\cdot10^{-19}$	$1{,}951\cdot10^{-19}$
19,41	0,76	10,57	0,32	389	676	$1{,}904\cdot10^{-19}$	$1{,}904\cdot10^{-19}$
20,81	2,06	14,01	0,47	320	652	$1{,}826\cdot10^{-19}$	$1{,}826\cdot10^{-19}$

Tabulka 2 – pohyb kapiček v kondenzátoru

Hodnoty z tabulky 2 jsem, jak bylo zmíněno v teoretické části, vynesl do grafu a proložil přímkou podle (6). Výsledek přikládám jako graf 1. Regresi jsme provedl pomocí programu Gnumeric a pro váhu jednotlivých bodů jsme určil podle odhadované odchylky q. Počítal jsme pouze chyby v určení t_0 a t_2 podle vztahu (3). Vypočítaná hodnota e_k je

$$e_\mathrm{k} = (1{,}60 \pm 0{,}05)\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}\,.$$

Relativní chyba určená na základě rozptylu naměřených dat je tedy 3,22 %. Zbývají ovšem ještě konstanty, které sice ovlivní výslednou hodnotu, ale protože se během experimentu nemění, tak se neprojeví ve statistickém rozptylu dat. Jde o výraz $d\sqrt{\eta^3 s^3/(\rho g)}$ ze vztahu (3). Chybu způsobenou těmito parametry odhaduji podle principu maximální chyby na 2 %. Výsledná chyba je tedy asi 5 % a hodnota elementárního náboje pak

$$\underline{\underline{e_\mathrm{k} = (1{,}60 \pm 0{,}08)\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}}}\,.$$

Dále mohu spočítat hodnotu konstanty A ze vztahu (5). Hodnotu B určím z koeficientů regrese: $B = (0{,}0081 \pm 0{,}0016)\,\mathrm{kg/s^2}$. Podle [1] je při tlaku $p_0 = 100\,\mathrm{kPa}$ střední volná dráha $\lambda_0 = 95{,}3\,\mathrm{nm}$. Vychází tedy

$$A = (0{,}8 \pm 0{,}2)\,.$$

DISKUZE: Získaná hodnota elementárního náboje se se započítanou korekcí Stokesova vztahu shoduje s tabulkovou hodnotou. Stejně tak se konstanta A v rámci přesnosti shoduje s hodnotou pole [1] ($A = 0{,}863$).

Chyba určení elementárního náboje je dána hlavně chybami měřených časů. Při pohybu kapiček se totiž silně projevuje působení jednotlivých molekul vzduchu a pohyb je velmi nepravidelný. Navíc má na výsledek velký vliv libovolné proudění vzduchu v kondenzátoru (vzniklé např. změnou teploty apod.). Při měření se několikrát stalo, že kapičky se i bez přítomnosti vnějšího pole pohybovaly směrem nahoru. Tyto efekty lze jednoduše zmírnit použitím větších kapiček (a z toho plynoucí větší vzdálenosti desek kondenzátoru a tudíž i větších napětí).

Hodnota A je určena s velkou chybou proto, že výsledky regrese dávaly poměrně přesnou hodnotu pro absolutní člen, ale odchylka směrnice je asi 15 %. Nicméně měření konstanty A nebylo smyslem této úlohy, takže tuto velkou nepřesnost nepovažuji za závažný problém.

ZÁVĚR: Millikanovou metodou jsme určil hodnotu elementárního náboje

$$e = (1{,}60 \pm 0{,}08) \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\,,$$

která se shoduje s tabulkovými hodnotami.

Dále jsme z měření spočítal konstantu A pro opravený Stokesův vztah (5)

$$A = (0{,}8 \pm 0{,}2)\,.$$

LITERATURA:

[1] text k úloze A12
[2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980