Martin Beránek, 2.F, X–11

Úloha 9 – Měření indexu lomu refraktometry

Pracovní úkol:

1. Změřte index lomu a střední disperzi vodního roztoku lihu v závislosti na koncentraci.
2. Změřte index lomu přiloženého vzorku skla.
3. Změřte index lomu přiloženého dvojlomného materiálu odpovídající řádnému paprsku.
4. Změřte index lomu přiloženého dvojlomného materiálu odpovídající mimořádnému paprsku v závislosti na směru šíření světla.
5. Zpracujte graficky naměřené závislosti.

Teorie: Použité refraktometry pracují na principu měření mezního úhlu. V prvním případě dopadá na zkoumané rozhraní rozptýlené světlo ze všech směrů a vstupuje do opticky hustšího prostředí. Podle Snellova zákona lomu mají paprsky prošlé rozhraním odklon od normály v intervalu $\langle 0, \alpha_\mathrm{m})$, kde

$$\sin \alpha_\mathrm{m} = \frac{N_1}{N_2}\,, \tag{1}$$

přičemž paprsek prochází z prostředí s indexem lomu N_1 do prostředí s indexem lomu N_2 ($N_1 < N_2$).

V druhém případě se měří nejmenší úhel α_m, pro který ještě dochází k absolutnímu odrazu. V tomto případě dopadá rozptýlené světlo na rozhraní z prostředí s indexem lomu N_2 a odráží se zpět do stejného prostředí. Pro úhel α_m platí vztah (1). V případě, že prostředí mimo refraktometr je vzduch s indexem lomu přibližně $N_1 = 1$, mohu ze známého úhlu α_m určit index lomu materiálu refraktometru N_2.

Protože hodnota indexu lomu závisí na vlnové délce procházejícího světla, je potřeba nějak zajistit, aby pozorované rozhraní nebylo barevně rozostřené. To je možné řešit buďto použitím světla s jedinou vlnovou délkou, nebo přidáním kompenzátoru. Kompenzátor je soustava hranolů, která má měnitelnou disperzi a jeho pomocí tedy mohu do jisté míry kompenzovat závislost indexu lomu na vlnové délce. Z nastavení kompenzátoru navíc mohu určit střední hodnotu disperze měřeného vzorku (tedy koeficient lineární aproximace závislosti indexu lomu).

U dvouhranolového refraktometru je možné odečíst na stupnici přímo hodnotu indexu lomu. Při použití polokulového refraktometru je potřeba znát index lomu polokoule N_0. Pak mohu určit index lomu vzorku při osvětlení zezhora podle vztahu

$$N = N_0 \sin \alpha_\mathrm{m}\,. \tag{2}$$

U dvojlomných materiálů existují dva paprsky. Jeden z nich – řádný – se chová podle zákonu lomu. Druhý – mimořádný – se šíří v různých směrech různou rychlostí. V této úloze se měří vzorek křemenu, u kterého platí, že rychlost šíření v daném směru odpovídá vzdálenosti k povrchu rotačního elipsoidu. Podél hlavní osy tohoto elipsoidu se šíří mimořádný paprsek stejnou rychlostí jako řádný. Rychlost šíření (a tedy i index lomu) tedy závisí pouze na úhlu φ mezi optickou osou krystalu a směrem šíření paprsku.

Při měření na polokulovém refraktometru mě zajímají paprsky šířící se ve vodorovné rovině a dále určené úhlem ω otočení polokoule. Optická osa má směr daný obecně jednotkovým vektorem (a, b, c). Pro odklon paprsku od osy tedy platí

$$\cos \varphi = a \cos \omega + b \sin \omega\,. \tag{3}$$

Z polární rovnice elipsy (se středem v počátku) určím rychlost šíření paprsku v závislosti na φ

$$r = \sqrt{\frac{A}{1 - B \cos^2 \varphi}} \tag{4}$$

a index lomu v daném směru

$$N_\mathrm{e} = \sqrt{C - D \cos^2 \phi}\,. \tag{5}$$

Konkrétní hodnoty konstant mě v tuto chvíli nezajímají. Sloučením vztahů (5) a (3) získám

$$N_{\mathrm{e}} = \sqrt{C_1 \cos^2 \omega + C_2 \cos\omega \, \sin\omega + C_3}\,. \tag{6}$$

MĚŘENÍ: Dvouhranolovým refraktometrem jsem měřil závislost indexu lomu vodného roztoku lihu na koncentraci. Roztoky jsem míchal tak, že jsem smísil V_{l} lihu a V_{v} vody, kdy $V_{\mathrm{l}} + V_{\mathrm{v}} = 4\,\mathrm{ml}$ a V_{l} jsem měnil po 0,4 ml. Protože celkový objem roztoku je menší než součet jednotlivých objemů, je potřeba objemovou koncentraci roztoku spočítat. Hustotu vodných roztoků lihu jsem určil podle [1], str. 77. Z toho už lze spočítat skutečné objemové koncentrace roztoků. Spolu s odečtenou hodnotou indexu lomu jsou v tabulce 1.

η_V [%]	0	10	20	31	41	52	62	72	82	91	100
N	1,331	1,335	1,340	1,346	1,351	1,355	1,358	1,359	1,361	1,361	1,360

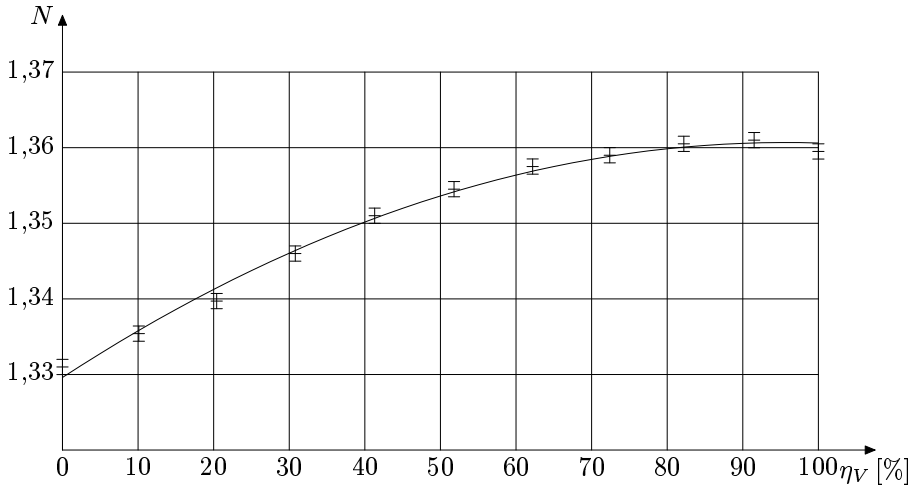
Tabulka 1 – index lomu vodných roztoků lihu

Koncentraci roztoků jsem měřil pipetou kalibrovanou po 0,05 ml. Počítám, že chyba určení objemu je polovina této hodnoty a absolutní chyba koncentrace roztoků potom vychází na ±1 %. Index lomu odečtený ze stupnice refraktometru počítám s chybou ±0,001, protože ani po nastavení kompenzátoru nebylo rozhraní dokonale ostré.

Vzhledem k tomu, že neznám žádný teoretický model průběhu indexu lomu, zkusil jsem naměřené hodnoty proložit kvadratickou křivkou. Ta je skutečně v rámci chyby měření vystihuje a ve vztahu

$$N = a + b\eta_V + c\eta_V^2 \tag{7}$$

vychází koeficienty $a = 1{,}3296 \pm 0{,}0007$, $b = (65 \pm 3) \cdot 10^{-5}$ a $c = -(34 \pm 3) \cdot 10^{-7}$. Koncentrace je dosazována v procentech. Viz graf 1.



Graf 1 – index lomu vodného roztoku lihu v závislosti na koncentraci

Nastavení kompenzátoru bylo v rámci přesnosti ±0,5° pro všechny koncentrace stejné, konkrétně $\Gamma = (42 \pm 0{,}5)°$. Podle tabulky 1.1.1 a vztahu $\Delta = A + B\cos 3\Gamma$ ze [2] mohu určit střední hodnotu disperze roztoku lihu Δ. Provedené měření neukazuje v rámci přesnosti žádnou závislost Δ na koncentraci roztoku. Průměrná hodnota je $\Delta = 0{,}0063 \pm 0{,}0007$.

V druhé části úlohy jsem měřil pomocí Abbeova polokulového refraktometru. Před vlastním měřením je třeba určit index lomu skla, ze kterého je vyrobena polokoule refraktometru. To je možné udělat buďto pomocí absolutního odrazu při osvětlení koule zespodu, nebo pomocí materiálu se známým indexem lomu. Využil jsem obě možnosti.

Při osvětlení zespodu je nutné najít rozhraní mezi osvětlenou částí a polostínem. Měřil jsem úhel naklonění dalekohledu pro šest různých natočení polokoule ω, abych co nejlépe eliminoval případné nesymetrické upevnění. Naměřené hodnoty jsou v tabulce 2.

ω [°]	0	60	120	180	240	300
α_m [rad]	0,608	0,607	0,607	0,608	0,609	0,608

Tabulka 2 – kalibrace refraktometru odrazem

Pro měření byl také k dispozici vzorek skla s uvedeným indexem lomu $n = 1{,}5160$. Vzhledem k tomu, že přesnost měření refraktometrem je řádově nižší než tento údaj, použil jsme vzorek ke kalibraci přístroje. Naměřené hodnoty mezního úhlu jsou v tabulce 3 (opět pro různé úhly natočení polokoule ω.

ω [°]	0	60	120	180	240	300
α_m [rad]	1,047	1,047	1,046	1,043	1,043	1,047

Tabulka 3 – kalibrace lomem

Chybu měření úhlu odhaduji na ±15', tedy asi 0,004 rad. Chyba určení indexu lomu referenčního vzorku skla je zanedbatelná. Pro měření odrazem je tedy odhadovaná chyba určení indexu lomu ±0,01. Průměrná hodnota ze všech šesti měření je 1,7513. Standardní odchylka souboru je 0,0028. Výsledná hodnota indexu lomu polokoule refraktometru tedy

$$N_0 = 1{,}751 \pm 0{,}004\,.$$

Při kalibraci lomem vychází díky většímu měřenému úhlu odhad chyby měření indexu lomu ±0,004. Průměrná hodnota naměřených indexů lomu je 1,7523 a standardní odchylka 0,0022. Výsledná hodnota indexu lomu určená touto metodou je

$$N_0 = 1{,}752 \pm 0{,}003\,.$$

Obě metody tedy dávají shodný výsledek a pro další výpočty použiji přesnější, získaný měřením lomu. Navíc je vidět, že nemá význam počítat korekci v závislosti na natočení polokoule, protože odchylky jsou v řádu chyb měření.

Dále jsem měřil vzorek pyrexu a neznámého skla označeného „3“. Zjistil jsem mezní úhel pro pět různých natočení polokoule. Zjištěné úhly jsou v tabulce 4.

Měření	1	2	3	4	5
Pyrex – α_m [rad]	1,0007	0,9977	0,9963	0,9977	0,9992
Vzorek „3“ – α_m [rad]	1,1301	1,1263	1,1228	1,1278	1,1266

Tabulka 4 – měření pyrexu a vzorku skla

Chybu určení úhlu uvažuji opět ±15'. Po spočítání střední hodnoty a disperze α_m pro pyrex vychází $\alpha_\mathrm{m} = 0{,}998 \pm 0{,}002$. Výsledný index lomu je pak podle vztahu (2)

$$N_\mathrm{pyr} = 1{,}473 \pm 0{,}003\,.$$

Analogicky vyjde pro vzorek skla střední hodnota mezního úhlu $\alpha_\mathrm{m} = 1{,}127 \pm 0{,}003$ a index lomu pak

$$N_\mathrm{vz3} = 1{,}582 \pm 0{,}004\,.$$

Nakonec jsem měřil vlastnosti dvojlomného vzorku – krystalu křemene. Určil jsem šest hodnot indexu lomu pro mimořádný paprsek při různých natočeních polokoule a 12 hodnot pro mimořádný paprsek (každá po pootočení polokoule o 30°). Hodnoty zjištěných úhlů pro řádný paprsek jsou v tabulce 5.

Měření	1	2	3	4	5	6
α_m [rad]	1,0827	1,0836	1,0806	1,0783	1,0777	1,0792

Tabulka 5 – lom řádného paprsku v křemenu

Střední hodnota úhlu spolu s chybou je $\alpha_{\mathrm{m}} = 1{,}080 \pm 0{,}003$. Z toho určím index lomu křemene pro řádný paprsek

$$N_{\mathrm{o}} = 1{,}545 \pm 0{,}004\,.$$

Mezní úhly a odpovídající indexy lomu pro mimořádný paprsek jsou uvedeny v tabulce 6. Chybu určení úhlu odhaduji na ±15', chybu indexu lomu na ±0,004.

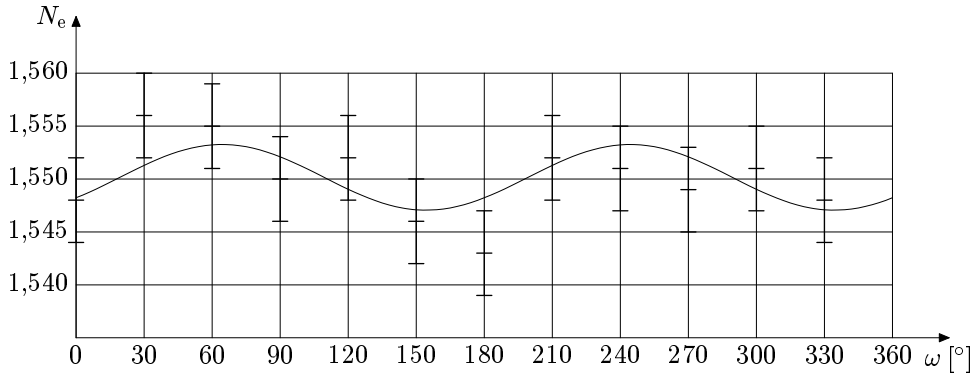
ω [°]	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
α_{m} [rad]	1,084	1,094	1,092	1,087	1,089	1,081	1,078	1,088	1,087	1,084	1,087	1,084
N_{e}	1,548	1,556	1,555	1,550	1,552	1,546	1,543	1,552	1,551	1,549	1,551	1,548

Tabulka 6 – lom mimořádného paprsku v křemenu

Podle teorie by tyto hodnoty měly jít proložit funkcí podle předpisu (6). Hodnoty nafitovaných konstant jsou následující

$$C_1 = -0{,}012 \pm 0{,}008\,, \qquad C_2 = -0{,}015 \pm 0{,}008\,, \qquad C_3 = 2{,}409 \pm 0{,}005\,.$$

Výsledek je také zobrazen v grafu 2.



Graf 2 – index lomu pro mimořádný paprsek

DISKUZE: Při měření polokulovým refraktometrem působí na přesnost výsledku negativně hlavně skutečnost, že se polokoule při otáčení mírně naklání a také závislost přesné hodnoty mezního úhlu na kvalitě ploch vzorků a jejich dokonalé rovnoběžnosti. Kapalina pod vzorkem výsledek měření nijak neovlivní, ovšem rovina vzorku musí být rovnoběžná s horní stranou refraktometru.

Při zkoumání mimořádného paprsku se negativně projevil fakt, že změny indexu lomu se příliš neliší od chyb měření, takže koeficienty u nafitované křivky nelze určit s velkou přesností.

ZÁVĚR: Naměřil jsem závislost indexu lomu vodného roztoku lihu na koncentraci a úspěšně proložil kvadratickou křivkou (viz graf 1).

V rámci přesnosti měření se mi nepodařilo prokázat žádnou změnu střední disperze roztoku v závislosti na koncentraci.

Zjistil jsem index lomu polokoule refraktometru jako $N_0 = 1{,}752 \pm 0{,}003$, následně pak index lomu pyrexu $N_{\mathrm{pyr}} = 1{,}473 \pm 0{,}003$ a vzorku skla číslo 3 – $N_{\mathrm{vz3}} = 1{,}582 \pm 0{,}004$.

Změřil jsme index lomu křemene pro řádný paprsek $N_{\mathrm{o}} = 1{,}545 \pm 0{,}004$ a závislost indexu lomu mimořádného paprsku na natočení vzorku (viz graf 2). Vzhledem k nízké přesnosti měření je proložení teoretickou křivkou dost nepřesné.

LITERATURA:

[1] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980
[2] texty k úloze z webových stránek praktika