Martin Beránek, 2.F, X–11

# Úloha 3 – Mřížkový spektrometr

Pracovní úkol:

1. Seřiďte spektrometr pro kolmý dopad světla pomocí bočního osvětlení nitkového kříže.
2. Změřte mřížkovou konstantu použité mřížky. K měření užijte sodíkového dubletu.
3. Odhadněte rozlišovací schopnost spektrometru ze zobrazení sodíkového dubletu ve spektru 1. a 2. řádu spektrometrem. Vypočtěte teoreticky maximální dosažitelnou rozlišovací schopnost a oba výsledky porovnejte.
4. Změřte vlnové délky viditelných čar ve spektru rtuti. K měření užijte spektra 1. řádu. Kalibrační křivku spektrometru zpracujte graficky a lineární regresí.
5. Určete úhlovou disperzi mřížky ve žluté oblasti spektra 1. a 2. řádu.

Teorie: Maxima pro danou vlnovou délku $\lambda$ při interferenci na mřížce nastávají pro úhly $\varphi_k$ splňující

$$\sin\varphi_k = \frac{k\lambda}{d}\,, \tag{1}$$

kde $d$ je mřížková konstanta a $k \in \mathbb{Z}$ určuje řád maxima.

Rozlišovací schopnost spektrometru je definovaná jako

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}\,, \tag{2}$$

kde $\Delta\lambda$ je nejmenší rozlišitelný rozdíl vlnových délek. Tato hodnota závisí na provedení samotného spektrometru, ale lze určit teoretické maximum při osvětlení mřížky kruhovým svazkem světla o průměru $D$ a pro určitý řád maxima $k$ (podle [1]):

$$R_{\max} = 0{,}82k\,\frac{D}{d}\,. \tag{3}$$

Dále je možné určit úhlovou disperzi soustavy

$$D_{\mathrm{a}} = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\lambda}\,. \tag{4}$$

Tu je možné buďto měřit přímo porovnáním úhlů pro dvě blízké vlnové délky, nebo spočítat diferencování vztahu (1). V tomto případě vychází pro řád $k$ a úhel $\varphi_k$ přímo

$$D_{\mathrm{a}} = \frac{k}{d\,\cos\varphi_k}\,. \tag{5}$$

Měření: Změřil jsme úhly odpovídající středu sodíkového dubletu pro první a druhé maximum. Průměry ze tří měření jsou uvedeny v tabulce 1.

| maximum | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\varphi\,[^\circ]$ | 318,333 | 341,017 | 0,672 | 20,350 | 43,006 |
| $\sin\varphi$ | −0,6648 | −0,3253 | 0,0117 | 0,3476 | 0,6821 |

**Tabulka 1 – maxima středu sodíkového dubletu**

| $\varphi\,[^\circ]$ | $\sin\varphi$ | $\lambda\,[\mathrm{nm}]$ | $\lambda_{\mathrm{tab}}\,[\mathrm{nm}]$ |
|---|---|---|---|
| 13,35 | 0,2309 | $404{,}1 \pm 1{,}0$ | 404,7 |
| 13,47 | 0,2330 | $407{,}8 \pm 1{,}0$ | 407,8 |
| 14,41 | 0,2488 | $435{,}5 \pm 1{,}0$ | 435,8 |
| 16,28 | 0,2802 | $490{,}4 \pm 1{,}0$ | 491,6 |
| 16,44 | 0,2830 | $495{,}3 \pm 1{,}0$ | ? |
| 18,17 | 0,3118 | $545{,}6 \pm 1{,}0$ | 546,1 |
| 19,26 | 0,3298 | $577{,}2 \pm 0{,}9$ | 577,0 |
| 19,33 | 0,3309 | $579{,}1 \pm 0{,}9$ | 579,1 |
| 19,68 | 0,3367 | $589{,}2 \pm 0{,}9$ | ? |
| 20,27 | 0,3465 | $606{,}4 \pm 0{,}9$ | 607,3 |
| 20,44 | 0,3493 | $611{,}2 \pm 0{,}9$ | 612,3 |
| 20,86 | 0,3561 | $623{,}1 \pm 0{,}9$ | 623,4 |
| 22,55 | 0,3835 | $671{,}1 \pm 0{,}9$ | 671,6 |
| 23,25 | 0,3947 | $690{,}8 \pm 0{,}9$ | 690,7 |

**Tabulka 2 – spektrum rtuťové výbojky**

Lineární regresí jsem získal směrnici

$$\frac{\lambda}{d} = 0{,}3367 \pm 0{,}0006$$

a dosazením střední vlnové délky dubletu $\lambda = 589{,}3\,\mathrm{nm}$ vyjde mřížková konstanta

$$d = (1750 \pm 3)\,\mathrm{nm}\,.$$

Převrácená hodnota $N = (571 \pm 1)\,\mathrm{mm}^{-1}$ odpovídá hodnotě uváděné na mřížce ($570\,\mathrm{mm}^{-1}$).

Čáry sodíkového dubletu byly v maximu prvního řádu na hranici rozlišitelnosti, takže dosazením do (2) zjistím, že rozlišovací schopnost spektrometru je přibližně $R \sim 1000$. Teoretická maximální vychází $R_{\max} = 8400 \pm 300$, což je skoro o řád více než skutečně dosažená rozlišovací schopnost.

Dále jsme měřil čáry ve spektru 1. řádu rtuťové výbojky. Úhel je určený jako průměr výchylek dalekohledu na obě strany. Chybu určení úhlu odhaduji na $\pm 2'$ a celkovou chybu vlnové délky určuji podle principu maximální chyby. Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 2 spolu s odpovídajícími tabelovanými vlnovými délkami podle [1] a [2]. Pro dvě čáry se mi v tabulkách nepodařilo najít žádný vhodný ekvivalent.

Hodnoty sinů úhlů jsem vynesl do grafu spolu s příslušnými tabelovanými hodnotami vlnových délek. Proložením regresní přímkou (viz graf 1) získám závislost sinu úhlu na vlnové délce (v mikrometrech) ve tvaru

$$\sin\varphi = (0{,}5716 \pm 0{,}0009)\lambda - (0{,}0003 \pm 0{,}0005)\,.$$

Transponováním této závislosti a změnou jedné osy ze sinu úhlu na úhel získám kalibrační křivku spektrometru ukazující vlnovou délku příslušející danému úhlu, která je zobrazena v grafu 2.

Z předchozí tabulky 2 je vidět rozdíl úhlů odpovídajících dvěma žlutým čarám (576,960 nm a 579,066 nm). Konkrétně $\Delta\varphi_1 = (0{,}0012 \pm 0{,}0006)$ rad a $\Delta\lambda_1 = 2{,}106\,\mathrm{nm}$. Z toho vychází úhlová disperze ve spektru prvního řádu

$$D_{\mathrm{a}1} = (0{,}6 \pm 0{,}3) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{nm}^{-1}\,.$$

Ve spektru druhého řádu jsem pro tyto dvě žluté čáry naměřil úhly (průměr tří měření) $\varphi_{\check{\mathrm{z}}1} = (0{,}7177 \pm 0{,}0003)$ rad a $\varphi_{\check{\mathrm{z}}2} = (0{,}7206 \pm 0{,}0003)$ rad. Úhlová disperze ve spektru druhého řádu tedy vychází

$$D_{\mathrm{a}2} = (1{,}4 \pm 0{,}3) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{nm}^{-1}\,.$$

Alternativně určím úhlovou disperzi v těchto oblastech podle vztahu (5)

$$D_{\mathrm{a}1} = (0{,}605 \pm 0{,}001) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{nm}^{-1} \qquad \text{a} \qquad D_{\mathrm{a}2} = (1{,}519 \pm 0{,}003) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{nm}^{-1}\,.$$

Diskuze: Skutečná rozlišovací schopnost spektrometru je téměř o řád nižší než teoreticky maximální dosažitelná. Hlavní příčinou bude pravděpodobně nedostatečná kvalita optiky – nedokonale rovnoběžný

svazek vycházející z kolaminátoru, případně zkreslení a rozostření při zobrazení dalekohledem. Změnou šířky štěrbiny se rozlišovací schopnost tohoto spektrometru už nijak podstatně zlepšit nedá.

U rtuťové výbojky jsem zjistil dvě čáry, jejichž vlnové délky $(495{,}3 \pm 1{,}0)$ nm a $(589{,}2 \pm 0{,}9)$ nm se mi nepodařilo podle tabulek ve spektru rtuti (ani argonu, který by měl být ve výbojce také obsažen, ovšem v podstatně menší koncentraci) identifikovat. Tyto čáry mohou odpovídat buďto nějakému přechodu ve rtuti, který není zmíněn v [1] ani [2], nebo to může být nějaká intenzivní čára plynu, který se do výbojky dostal jako nežádoucí příměs. Vzhledem k nízké přesnosti vlnové délky, ale nejsem schopen možný plyn určit. Ostatní vlnové čáry jsem přiřadil, jak je napsáno ve čtvrtém sloupci tabulky. Některé se v rámci odhadované chyby neshodují, ale to může být náhodný vliv, který vzhledem k tomu, že jsem prováděl jen jedno měření nemohu vyloučit.

Z výsledků úhlové disperze je vidět, že přímé měření slouží spíše k řádovému odhadu, protože je potřeba počítat rozdíl dvou blízkých nepřesných hodnot. Údaje spočtené podle teoreticky odvozeného vztahu (5) a pomocí mřížkové konstanty jsou mnohem přesnější, ale v rámci chyby odpovídají i údajům získaným přímým měřením.

ZÁVĚR: Podle čáry sodíkového dubletu jsem určil mřížkovou konstantu

$$d = (1750 \pm 3)\,\mathrm{nm}\,.$$

Tento údaj odpovídá výsledkům plynoucím z naměřeného spektra rtuťové výbojky i hodnotě uvedené přímo na mřížce.

Změřil jsem vlnové délky čar ve spektru rtuťové výbojky (viz tabulka 2) a sestrojil kalibrační křivku spektrometru (graf 2).

Určil jsem úhlovou disperzi spektrometru ve žluté oblasti spektra prvního a druhého řádu:

$$D_{\mathrm{a}1} = (0{,}605 \pm 0{,}001) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{nm}^{-1} \qquad \text{a} \qquad D_{\mathrm{a}2} = (1{,}519 \pm 0{,}003) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{nm}^{-1}\,.$$

Údaje získané přímým měřením mají podstatně nižší přesnost, ale hodnoty se navzájem shodují.

LITERATURA:

[1] I. Pelant, J. Fiala, J. Fänhrich, J. Pospíšil: Fyzikální praktikum III. – Optika, Karolinum, Praha 1993

[2] Brož, Voskovec, Valouch: Fyzikální a matematické tabulky, SNTL, Praha 1980