Martin Beránek, 2.F, X–11

Úloha 4 – Měření malých odporů

PRACOVNÍ ÚKOL:

1. Změřte odpor vzorků drátů Wheatstoneovým a Thomsonovým můstkem. Vysvětlete rozdíly ve výsledcích měření.
2. Vypočítejte měrný odpor jednotlivých vzorků i s příslušnou chybou výsledku. Stanovené hodnoty porovnejte s hodnotami uvedenými v tabulkách.

TEORIE: Můstkové metody měření odporů jsou založeny na nastavení obvodu do stavu, kdy je mezi dvěma zkoumanými body nulové napětí. V případě Wheatstoneova můstku je zdroj připojen ke dvěma paralelním větvím. V jedné je zapojen měřený odpor R_X a odpor R_a. V druhé odpor R tvořený pětimístnou odporovou dekádou a odpor R_b. Hodnoty R_a a R_b lze vybrat z hodnot 1, 10, 100 a 1000 Ω. Můstek je vyvážen právě tehdy, když platí

$$\frac{R_\mathrm{X}}{R_\mathrm{a}} = \frac{R}{R_\mathrm{b}} \qquad \text{tedy} \qquad R_\mathrm{X} = R\,\frac{R_\mathrm{a}}{R_\mathrm{b}}\,. \tag{1}$$

Thomsonův můstek využívá čtyřbodové zapojení měřených odporů. na vnější (proudové) svorky je připojen zdroj na vnitřních (napěťových) svorkách je měřeno napětí. Proud tekoucí vodiči připojenými k napěťovým svorkám je v porovnání s proudem tekoucím odporem velmi malý, takže odpor přívodních vodičů neovlivní přesnost měření.

Odpor vzorku se porovnává s odporovým normálem R_N. Na můstku se vybere odpor R_p jako jedna z hodnot 1, 10, 100 nebo 1000 Ω. Druhý odpor R se nastaví na dekádě. Můstek je vyvážen právě tehdy, když pro měřený odpor R_X platí (viz [1], str. 27)

$$R_\mathrm{X} = R\,\frac{R_\mathrm{N}}{R_\mathrm{p}}\,. \tag{2}$$

Měrný odpor je definován jako odpor jednotkové krychle zapojené tak, že mezi jejími protilehlými stěnami protéká proud a proudová hustota je ve všech místech krychle stejná. Pro zkoumané vzorky drátů platí mezi měrným odporem ρ a změřeným odporem R_X vztah

$$\rho = R_\mathrm{X}\,\frac{\pi d^2}{4l}\,, \tag{3}$$

kde d je průměr vodiče a l jeho délka.

MĚŘENÍ: V této úloze jsem zkoumal dráty z wolframu, mědi, konstantanu, železa, mosazi a blíže neurčené slitiny chromniklu.

Nejprve jsem měřil hodnoty odporů pomocí Wheatstoneova můstku. Poměr odporů $R_\mathrm{a} : R_\mathrm{b}$ jsem nastavil 1 : 1000 a skutečný odpor vzorku spočtu z odporu R nastaveného na dekádě podle vztahu (1). Pak jsme změřil odpor přívodních vodičů ke vzorku. Získaná hodnota je

$$\mathbb{R}_0 = (25{,}3 \pm 0{,}2)\,\mathrm{m\Omega}\,.$$

Chybu odhaduji z toho, na jak malé změny odporu R dekády ještě galvanometr viditelně zareagoval. Případnou systematickou chybu můstku (například nepřesné hodnoty odporů uvnitř) neuvažuji a další systematické chyby metody rozeberu později.

Naměřené odpory vzorků a hodnoty R_k po odečtení odporu přívodních vodičů jsou uvedeny v tabulce 1. Chyba výsledné hodnoty R_k určená opět odhadem podle citlivosti galvanometru spolu s chybou $\mathbb{R}_0$ je $\pm 0{,}4\,\mathrm{m\Omega}$.

	W	**Cu**	**konst.**	**Fe**	**mosaz**	**CrNi**
R [Ω]	163,3	45,7	3614,7	673,8	246,8	1204,1
R_X [mΩ]	163,3	45,7	3614,7	673,8	246,8	1204,1
R_k [mΩ]	138,0	20,4	3589,4	648,5	221,5	1178,8

Tabulka 1

U Thomsonova můstku byl jako referenční odpor použit normál $R_N = 0{,}1\,\Omega$. Hodnotu R_p jsem nastavoval podle vzorku buďto na 100 nebo $1000\,\Omega$. Měřený odpor se určí podle vztahu (2). Vzhledem k tomu, že můstkem v tomto zapojení protéká proud i zanedbatelný vůči proudu I_0 tekoucímu vzorkem, je také spád napětí na přívodních vodičích zanedbatelný vůči spádu napětí na vzorku a není potřeba započítávat žádnou korekci. Naměřené hodnoty jsou v tabulce 2. Chyba určení R je přibližně $\pm 0{,}5\,\Omega$. Za předpokladu zanedbatelných odchylek uvnitř můstku vychází chyba výsledného odporu $\pm 0{,}05\,\mathrm{m}\Omega$ při $R_p = 1000\,\Omega$ a $\pm 0{,}5\,\mathrm{m}\Omega$ při $R_p = 100\,\Omega$.

	W	**Cu**	**konst.**	**Fe**	**mosaz**	**CrNi**
R [Ω]	1375,3	200,0	3590,0	6483,0	2210,0	1178,7
R_p [Ω]	1000	1000	100	1000	1000	100
R_X [mΩ]	137,53	20,02	3590,0	648,30	221,05	1178,7

Tabulka 2

Pro určení měrného odporu je potřeba znát rozměry vzorků. Délka drátu je $l = (90{,}2 \pm 0{,}5)$ cm. Chyba je způsobena hlavně prohnutím drátu, které nejsem schopný přesně zjistit.

Průměr jsme měřil mikrometrem. Chyba způsobená nestejným průměrem vzorku v různých místech je asi $\pm 0{,}03$ mm. Při hodnotách v rozsahu 0,4 až 1,0 mm to dává chybu v řádu procent a chyby ostatních hodnot (odpor a délka) jsou zanedbatelné.

Ze zjištěných rozměrů a odporu z tabulky 2 určím podle vztahu (3) měrný odpor. Výsledky jsou v tabulce 3. Tamtéž jsme uvedl tabulkové hodnoty ρ_T podle [2], str. 107 a 108. Protože neznám přesnou teplotu vzorku, jsou tyto údaje u některých materiálů (těch, které mají vysoký teplotní součinitel odporu) pouze přibližné. Ovšem vzhledem k chybě ρ to nepůsobí žádné problémy.

Měrný odpor mosazi a chromniklu se podle [2] pohybuje v relativně velkém rozmezí. V obou případech jsem použil spodní hodnotu rozsahu, která nejlépe odpovídá naměřeným údajům.

	W	**Cu**	**konst.**	**Fe**	**mosaz**	**CrNi**
R_X [mΩ]	137,53	20,02	3590,0	648,30	221,05	1178,7
d [mm]	0,69	1,03	0,40	0,48	0,59	1,00
$\rho \cdot 10^8$ [Ω · m]	$5{,}7 \pm 0{,}5$	$1{,}85 \pm 0{,}11$	50 ± 8	$13{,}0 \pm 1{,}6$	$6{,}7 \pm 0{,}7$	103 ± 6
$\rho_T \cdot 10^8$ [Ω · m]	5,6	1,76	49,06	10,5	7,32	105

Tabulka 3

Diskuze: Srovnáním výsledných odporů v tabulkách 1 a 2 je vidět, že obě metody (Wheatstonův i Thomsonův můstek) dávají prakticky stejné výsledky. V případě Wheatstoneova můstku, u kterého prochází přívodními vodiči stejný proud jako vzorkem, je potřeba výsledek zkorigovat odečtením odporu přívodních vodičů. Tím se zbavím podstatné systematické chyby. Ostatní rozdíly už jsou prakticky v rámci chyby měření. Mírně vyšší hodnoty v tabulce 1 lze vysvětlit vlivem odporu mezi svorkou a měřeným vzorkem. Při korekci jsem tento odpor nemohl změřit, takže ani není započítán.

Při určování měrného odporu má největší vliv chyba určení průměru vzorku. Ostatní chyby jsou vůči ní zanedbatelné. Hodnota měrného odporu závisí i na teplotě, takže pokud by byl výsledek přesnější, musel bych určit i tu. Ale vzhledem k výsledné chybě je odhad $t = (30 \pm 5)^\circ$ C dostatečně přesný.

Při porovnání získaných výsledků s tabulkovými údaji je vidět velmi dobrá shoda u hodnot pro wolfram, měď a konstantan. Údaj pro železo se liší i když přihlédnu k chybě měření. Předpokládám, že tabulková hodnota platí pro čisté železo a složení vzorku je pravděpodobně mírně jiné. U mosazi a chromniklu je v tabulkách už rovnou udán větší rozsah hodnot (pro různá složení slitin), takže jsme vybral ty, které vyhovují získaným hodnotám. Pak se v rámci chyby shodují. Měřený vzorek chromniklu má tedy podle [2] obsah niklu pravděpodobně 30% hmotnosti.

Závěr: Za pomoci obou metod jsem po započítání korekce systematických chyb získal hodnoty, které se v rámci chyby měření téměř shodují. Zkorigované hodnoty odporu vzorků získané měřením na Wheatstoneově můstku jsou uvedeny jako R_k v tabulce 1. Hodnoty získané měřením na Thomsonově můstku jsou uvedeny v tabulce 2 jako R_X.

Na Thomsonově můstku je možné měřit malé odpory přesněji, protože mohu připojit srovnatelně malý referenční odpor a využít všech míst odporové dekády. Na Wheatstoneově můstku je nejnižší koeficient 1 : 1000.

Získané hodnoty měrného odporu vzorků jsou zatížené nejvíce chybou určení průměru drátu. Až na železo se v rámci chyby shodují s tabulkovými hodnotami podle [2].

Literatura:

[1] R. Bakule, J. Šternberk: Fyzikální praktikum II. SPN, Praha 1989
[2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky SNTL, Praha 1980