Martin Beránek, 2.F, X–11

Úloha 10 – Hallův jev

Pracovní úkol:

1. Zjistěte závislost proudu vzorkem na přiloženém napětí při nulové magnetické indukci.
2. Zjistěte závislost Hallova napětí na magnetické indukci při dvou hodnotách konstantního proudu vzorkem.
3. Výsledky měření zpracujte graficky a vyhodnoťte měrnou vodivost a Hallovu konstantu vzorku.
4. Vypočtěte pohyblivost a koncentraci nositelů náboje.

Teorie: Proud vzorkem je působen pohybem elektronů a děr. Střední rychlost jejich uspořádaného pohybu je $\langle v_\mathrm{n} \rangle$, resp. $\langle v_\mathrm{p} \rangle$. Při koncentracích n a p způsobí proud o hustotě

$$i = e\left(n\langle v_\mathrm{n}\rangle + p\langle v_\mathrm{p}\rangle\right). \tag{1}$$

Pokud má platit Ohmův zákon

$$E\sigma = i, \tag{2}$$

musí být střední rychlost elektronů a děr úměrná intenzitě pole. Tedy

$$\langle v_\mathrm{n}\rangle = \mu_\mathrm{n} E \qquad \text{a} \qquad \langle v_\mathrm{p}\rangle = \mu_\mathrm{p} E. \tag{3}$$

Tyto konstanty úměrnosti se nazývají pohyblivost pohyblivost elektronů, resp. děr. Z rovnic (1) až (3) pak plyne vztah pro měrnou elektrickou vodivost σ

$$\sigma = e\left(n\,\mu_\mathrm{n} + p\,\mu_\mathrm{p}\right). \tag{4}$$

Pokud jde o příměsový polovodič za běžných podmínek, je koncentrace jednoho typu nosičů zanedbatelná. V této úloze se měřil vzorek polovodiče typu N. Rovnici (4) tedy mohu s dostatečnou přesností napsat

$$\sigma = en\mu_\mathrm{n}. \tag{5}$$

Za předpokladu, že proud I prochází celým objemem vzorkem o průřezu $d \cdot t$, který má měrnou vodivost σ a mezi kontakty vzdálenými od sebe l je napětí U, platí vztah

$$\sigma = \frac{l}{dt} \cdot \frac{I}{U}. \tag{6}$$

Pokud je vzorek, kterým prochází proud I umístěn v magnetickém poli o intenzitě B, bude působení Lorentzovy síly vznikat elektrické pole E_H kolmé ke směru proudu a magnetické indukce. Měřený vzorek je polovodič typu N, takže opět zanedbám vliv děr a na každý elektron působí Lorentzova síla a v opačném směru síla vyvolaná polem E_H. Podmínka pro rovnováhu je

$$eE_\mathrm{H} = e\langle v_\mathrm{n}\rangle B. \tag{7}$$

Po dosazení za $\langle v_\mathrm{n}\rangle$ podle předchozích vztahů

$$E_\mathrm{H} = \frac{iB}{en}. \tag{8}$$

Šířka vzorku ve směru E_H je d, takže mohu naměřit napětí $U_\mathrm{H} = E_\mathrm{H} d$. Celkový proud tekoucí vzorkem $I = idt$. Pak pro Hallovo napětí U_H platí

$$U_\mathrm{H} = \frac{1}{en} \cdot \frac{IB}{t}. \tag{9}$$

Vztah (9) ale vychází z předpokladu, že elektrony se mohou pohybovat zcela volně. Tento fakt ale neodpovídá skutečnosti a vztah je nutno zkorigovat Hallovým rozptylovým faktorem r_{H}. V případě zkoumaného vzorku germania při pokojové teplotě je možné uvažovat $r_{\mathrm{H}} = 3\pi/8$. Opravený vztah pro Hallovo napětí je

$$U_{\mathrm{H}} = \frac{3\pi}{8en} \cdot \frac{IB}{t}\,. \tag{10}$$

Hallovo napětí se měří na dvou svorkách, které z technických důvodů nemusí být umístěny přesně proti sobě. Může mezi nimi tedy být mimo Hallova napětí i ohmické působené protékajícím proudem I. Abych získal pouze Hallovo napětí, měřím napětí dvakrát s opačnými směry magnetické indukce. Velikost Hallova napětí je pak polovina velikosti rozdílu naměřených napětí U_1 a U_2.

$$|U_{\mathrm{H}}| = \frac{|U_1 - U_2|}{2}\,. \tag{11}$$

Charakteristikou použitého materiálu je Hallova konstanta R_{h}, pro kterou platí

$$R_{\mathrm{h}} = r_{\mathrm{H}} \cdot \frac{1}{en} = \frac{3\pi}{8en}\,, \tag{12}$$

tedy

$$U_{\mathrm{H}} = R_{\mathrm{h}} \frac{IB}{t}\,. \tag{13}$$

Ze znalosti Hallovy konstanty a měrné vodivosti mohu určit hallovskou pohyblivost elektronů

$$\mu = R_{\mathrm{h}}\sigma\,. \tag{14}$$

MĚŘENÍ: Vzorek byl zapojen čtyřbodově, takže měření vodivosti není zatíženo systematickou chybou způsobenou odporem přívodních vodičů a kontaktů. Pro proudy vzorkem do 5 mA jsem získal hodnoty napětí uvedené v tabulce 1. Byly měřeny mezi kontakty vzdálenými $l = (7{,}9 \pm 0{,}1)$ mm. Kolmé rozměry vzorku jsou $d = (3{,}5 \pm 0{,}1)$ mm a $t = (0{,}6 \pm 0{,}1)$ mm.

I [mA]	0,00	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
U [V]	0,000	0,185	0,369	0,550	0,730	0,933	1,109	1,297	1,486	1,660	1,848

Tabulka 1

Po provedení lineární regrese vychází ve vztahu $I = aU$ koeficient $a = (2{,}704 \pm 0{,}004) \cdot 10^{-3}\,\Omega^{-1}$. Odchylka jednotlivých hodnot od lineární závislosti je v rámci chyby měření (viz graf 1), takže měření neodporuje předpokladu, že pro vzorek platí alespoň v rozsahu použitých proudů Ohmův zákon. Výsledná chyba a je dána hlavně chybou měřících voltmetru a ampérmetru, kterou odhaduji na 3%. (Podle toho, že uváděná odchylka přístrojů je 0,5%, resp. 1% rozsahu.)

Měrnou vodivost spočítám podle vztahu (6) jako

$$\sigma = \frac{l}{dt} \cdot a\,.$$

Rozměry vzorku byly u úlohy zadány s velmi malou přesností (zvlášť t), takže chyba určení měrné vodivosti vychází asi 24%. Výsledná hodnota je

$$\sigma = (10 \pm 2)\ (\Omega\mathrm{m})^{-1}$$

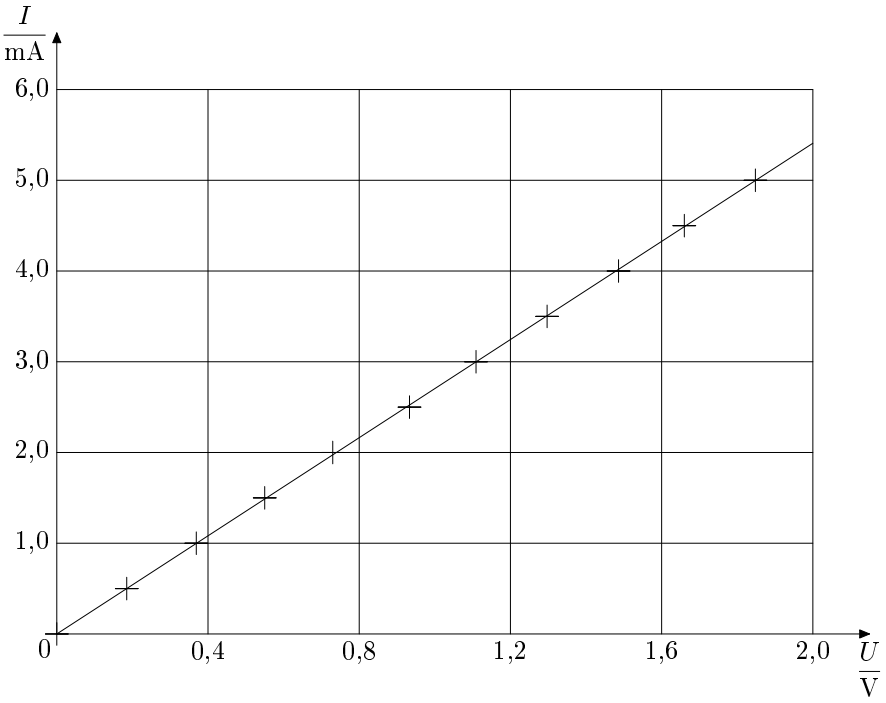
Hallovo napětí jsem měřil při dvou různých proudech vzorkem. Hodnoty naměřeného napětí a spočítané velikosti U_{H} pro různé proudy cívkami (a tedy i hodnoty magnetické indukce) jsou v tabulkách 2 a 3. V tabulce 2 jsou hodnoty pro proud vzorkem $I = 2{,}00$ mA a v tabulce 3 pro $I = 5{,}00$ mA. Velikost magnetické indukce jsem určil ze vztahu

$$B[T] = 0{,}115 I_{\mathrm{mg}}[A]\,,$$

platného pro použitou cívku. I_{mg} je proud tekoucí cívkou.

I_{mg} [A]	0,65	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00
B [T]	0,075	0,115	0,173	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460
U_1 [V]	0,0980	0,0950	0,0906	0,0872	0,0828	0,0795	0,0757	0,0725
U_2 [V]	0,1084	0,1115	0,1153	0,1205	0,1243	0,1297	0,1345	0,1386
U_{H} [V]	0,0052	0,0083	0,0124	0,0167	0,0208	0,0251	0,0294	0,0331

Tabulka 2 ($I = 2{,}00$ mA)



Graf 1 – závislost proudu vzorkem na napětí

I_{mg} [A]	0,65	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50	4,00
B [T]	0,075	0,115	0,173	0,230	0,288	0,345	0,403	0,460
U_1 [V]	0,243	0,236	0,226	0,215	0,206	0,199	0,189	0,180
U_2 [V]	0,269	0,276	0,286	0,297	0,308	0,325	0,333	0,343
U_{H} [V]	0,013	0,020	0,030	0,041	0,051	0,063	0,072	0,082

Tabulka 3 ($I = 5{,}00\,\mathrm{mA}$)

Podle vztahu (13) má být Hallovo napětí přímo úměrné magnetické indukci. Jak je vidět z grafu 2, naměřené hodnoty tomuto předpokladu odpovídají. Koeficientem úměrnosti je výraz $R_{\mathrm{h}}I/t$. Lineární regresí naměřených údajů získám následující hodnoty

- Pro proud vzorkem $I = 2{,}00\,\mathrm{mA}$ vychází

$$\frac{R_{\mathrm{h}}I}{t} = (0{,}0720 \pm 0{,}0004)\,\mathrm{VT}^{-1}\,,$$

  po dosazení a započítání chyb (hlavně t)

$$R_{\mathrm{h}} = (22 \pm 4) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3\mathrm{C}^{-1}\,.$$

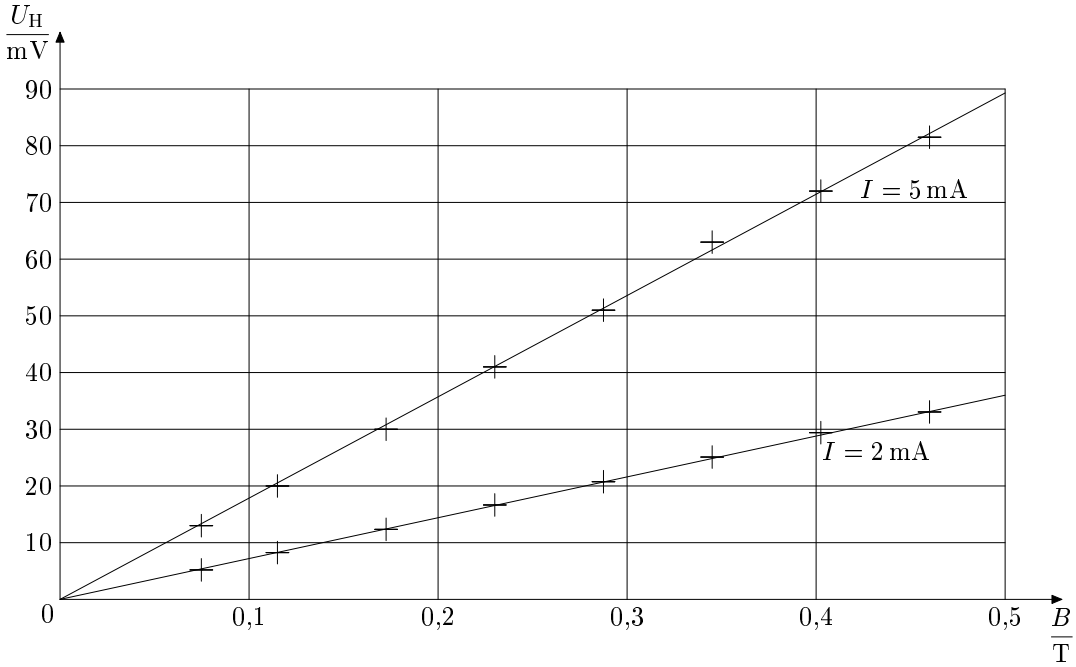
- Pro proud $I = 5{,}00\,\mathrm{mA}$ dá regrese

$$\frac{R_{\mathrm{h}}I}{t} = (0{,}1786 \pm 0{,}0008)\,\mathrm{VT}^{-1}\,,$$

  po dosazení a započítání chyb

$$R_{\mathrm{h}} = (21 \pm 4) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^3\mathrm{C}^{-1}\,.$$

V rámci chyby dané nepřesnými údaji o rozměrech vzorku se obě hodnoty R_{h} shodují. Ovšem bez započítání této chyby (která by měla být systematickou chybou stejnou pro obě měření) vychází rozdíl asi 8%, který se nedá vysvětlit pouze chybami měřících přístrojů a měl by být způsoben nějakým zanedbáním



Graf 2 – závislost Hallova napětí na magnetické indukci pro dva různé proudy vzorkem

v teorii. Příčinu se mi nepodařilo vymyslet, ale vzhledem k tomu, že k dalším výpočtům potřebuji pouze výslednou hodnotu Hallovy konstanty, která je zatížena chybou t, mohu použít například průměrnou hodnotu R_h z těchto dvou regresí

$$R_\mathrm{h} = (22 \pm 4) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m^3C^{-1}}\,.$$

Z toho mohu podle vztahu (12) spočítat koncentraci volných elektronů ve vzorku

$$n = (3{,}4 \pm 0{,}6) \cdot 10^{20}\,\mathrm{m^{-3}}\,.$$

Z hodnoty Hallovy konstanty a měrné vodivosti spočítám podle vztahu (14) pohyblivost elektronů ve vzorku. Vodivost je nepřímo úměrná hodnotě t a Hallova konstanta naopak přímo úměrná. Tyto dvě veličiny se při výpočtu μ navzájem násobí, takže za předpokladu, že chyba určení t je neměnnou systematickou, nebude mít na přesnost výsledku vliv. V tomto případě se ovšem musí projevit skutečnost, že hodnota R_h se ve dvou případech lišila asi o 8%. Protože o původu této chyby nic nevím, pouze odhadnu, že průměrná hodnota R_h s chybou asi 10% je dostatečná. K tomu je potřeba připočíst asi 7% chybu určení σ (bez chyby t). Předpokládám, že všechny chyby přístrojů jsou převážně systematické, takže výsledné hodnoty počítám podle vzorců pro maximální chybu. Pro hallovskou pohyblivost elektronů tedy vychází

$$\mu = (0{,}22 \pm 0{,}04)\,\Omega^{-1}\mathrm{C}^{-1}\mathrm{m}^3\,.$$

Diskuze: Předpokládané přímé úměrnosti mezi proudem tekoucím vzorkem a ohmickým napětím, stejně tak jako mezi magnetickou indukcí a Hallovým napětím byly v rámci přesnosti měření potvrzeny.

Hodnoty měrné vodivosti vzorku, Hallovy konstanty a koncentrace volných elektronů jsou zatíženy velkou chybou způsobenou malou přesností určení rozměrů vzorku.

Při měření Hallova napětí výsledky neodpovídají předpokládané přímé úměrnosti mezi proudem procházejícím vzorkem a Hallovým napětím. Tato odchylka se u většiny výsledků neprojeví, protože je menší než chyba určení tloušťky vzorku. Nejde ovšem vysvětlit chybami měřících přístrojů (ampérmetru a voltmetru). Její příčinu se mi nepodařilo zjistit, takže při výpočtu pohyblivosti elektronů, kde se neprojevuje chyba rozměru t jsem ji pouze odhadoval.

ZÁVĚR: Měření potvrdilo předpokládané úměrnosti ve vztazích (6) a (13) jak je vidět v grafech 1 a 2. Zjistil jsem, že výsledky neodpovídají přesně předpokládané úměrnosti I a U_{H} ze vztahu (13), ale nepodařilo se mi zjistit důvod této odchylky.

Ze změřených údajů jsem vypočítal vodivost, Hallovu konstantu, koncentraci volných elektronů a pohyblivost elektronů pro vzorek germania typu N.

LITERATURA:

[1] R. Bakule, J. Šternberk: Fyzikální praktikum II. SPN, Praha 1989