Martin Beránek, 1.F, X–11

IV. Určení závislosti povrchového napětí na koncentraci

PRACOVNÍ ÚKOL:

1. Určete závislost povrchového napětí σ na objemové koncentraci c roztoku ethanolu ve vodě odtrhávací metodou
2. Sestrojte graf této závislosti

TEORIE: Povrchové napětí jsem měřil odtrhávací metodou vytahováním drátěného rámečku. Sílu potřebnou k odtržení jsem zjistil pomocí torzních vah. Hodnota povrchového napětí se spočítá podle vztahu

$$\sigma = \frac{F_\mathrm{o}}{2l} - r\left(\sqrt{\frac{F_\mathrm{o}\rho g}{l}} - \frac{F_\mathrm{o}}{l^2}\right), \tag{1}$$

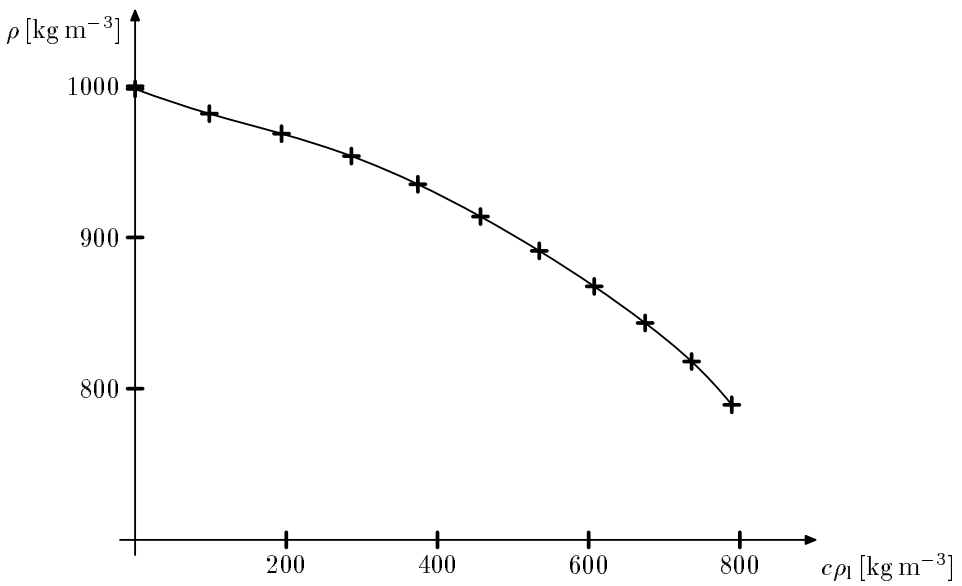
kde F_o je síla potřebná k odtržení rámečku, l délka hrazdičky, r poloměr drátku a ρ hustota zkoumané kapaliny (viz [1], str. 33).

Jako l jsem použil celou šířku rámečku, protože povrchová blána kapaliny se drží i kolem svislých drátků tvořících rámeček, ale určitě to není úplně přesné určení, takže zde budu počítat podstatně větší chybu, než je chyba měřidla. Poloměr drátku se dá změřit přímo a síla F_o se určí jako rozdíl síly, kterou působí váhy na rámeček v okamžiku odtržení F_2 a síly, která je potřeba na vyvážení ponořeného rámečku F_1. V tuto chvíli ale dochází k určitým nepřesnostem, protože při určování hodnoty F_1 experimentálně se projeví i to, že povrchová blána kapaliny stahuje rámeček dolů tím, že smáčí svislé drátky. To také ztěžuje určení F_1 protože se rámeček nepohybuje v kapalině volně. Pokud zanedbám vztlak kapaliny a budu počítat $F_1 = mg$, kde m je hmotnost rámečku, dopustím se tím menší chyby než při experimentálním určení (viz další text).

Hustotu zkoumané kapaliny určím z tabulkových hodnot. Mám k dispozici pouze tabulku hustoty roztoku ethanolu ve vodě v závislosti na hmotnostní koncentraci c_m ([2], str. 77), ale jednoduchými úpravami vztahů pro koncentraci a hustotu lze získat

$$c_m\rho = c\rho_\mathrm{l}, \tag{3}$$

kde ρ_l je hustota lihu. Pravou stranu rovnice znám a závislost ρ na $c_m\rho$ aproximuji pomocí tabulkových hodnot grafem 1.



Graf 1

Pokud budu uvažovat, že dva známé body grafu jsou vždy spojeny přímkou, získám hodnoty hustoty s přesností minimálně $\pm 3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ (tuto hodnotu jsem odhadl z toho, jak je vzdálen určitý známý bod grafu od úsečky spojující dva sousední body a s přihlédnutím ke skutečnosti, že graf je pro teplotu 20°C a mnou měřené roztoky měly teplotu poněkud vyšší).

Na teplotě kapaliny závisí i povrchové napětí. Při mísení lihu s vodou se teplota roztoku mírně zvýší a to je příčina dalších nepřesností. Nemám žádné podklady, podle kterých bych mohl tuto nepřesnost eliminovat, ale vzhledem k tabulkové závislosti povrchového napětí vody na teplotě a tomu, že se jednalo o rozdíly teplot menší než ± 3°C, zahrnu tuto skutečnost do chyby, kterou odhaduji na 1%.

MĚŘENÍ: Měřil jsem povrchové napětí pro vodné roztoky lihu o objemových koncentracích 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ a $\frac{1}{16}$ a destilované vody. Roztoky jsem postupně získal tím, že jsem vzal vždy 25 ml předchozího roztoku a doplněním destilovanou vodu na objem 50 ml vznikl roztok s poloviční koncentrací. Nepřesnost určení koncentrace roztoku je téměř o řád nižší, než nepřesnost určení povrchového napětí, takže ji budu dále zanedbávat.

Největší chybou je zatíženo určení síly F_o. Hodnota F_2 vycházela pro roztoky lihu poměrně přesně, ale pro destilovanou vodu jsem získal velmi odlišné hodnoty. Jejich rozptyl je pravděpodobně způsoben různými nečistotami a protože povrchové napětí vody se různými nečistotami snižuje, budu dále brát pouze pět nejvyšších získaných hodnot a ostatní nepovažuji za statistickou chybu, ale za hrubou chybu danou špatnými podmínkami měření.

Hmotnost rámečku je $m_\mathrm{r} = (226{,}3 \pm 0{,}1)\,\mathrm{mg}$. Průměru drátku $d = (0{,}51 \pm 0{,}005)\,\mathrm{mm}$ a délka hrazdičky $l = (22{,}0 \pm 0{,}5)\,\mathrm{mm}$. Hmotnost vody vytlačené ponořenou částí rámečku je přibližně 12 mg, takže budu předpokládat, že hodnotu m_r znám s chybou 6%.

Naměřené hmotnosti na torzních vahách pro různé koncentrace roztoku jsou v tabulce 1. Hodnoty hmotností uvádím v miligramech, $\tilde{m}$ je střední hodnota pro každou koncentraci a σ_celk celková chyba spočítaná jako odmocnina ze součtu čtverce standardní odchylky a čtverce chyby metody, kterou odhaduji na $\pm 0{,}5$ mg.

c	1	2	3	4	5	$\tilde{m}$ [mg]	σ_celk [mg]
1	168	168	167	166	166	167,0	1,1
1/2	200	200	200	199	199	199,6	0,7
1/4	247	245	248	247	246	246,6	1,2
1/8	293	293	293	291	293	292,6	1,0
1/16	314	315	314	316	315	314,8	1,0
0	398	398	402	404	406	401,6	3,6

Tabulka 1

Torzní váhy byly vyváženy protizávažím o hmotnosti $m_0 = (178{,}7 \pm 0{,}1)\,\mathrm{mg}$, takže výsledná síla působící při odtržení je

$$F_\mathrm{o} = (\tilde{m} + m_0 - m_\mathrm{r})g\,. \tag{4}$$

Hodnota gravitačního zrychlení pro Prahu je $g = 9{,}810769\,\mathrm{m\,s{-}2}$ ([2], str. 182) a podle (4) dostávám vzhledem k chybě uvažované výše hodnoty síly potřebné k odtržení hrazdičky uvedené v tabulce 2. δ_F je relativní chyba určení F.

c	1	1/2	1/4	1/8	1/16	0
$F \cdot 10^3$ [N]	$1{,}17 \pm 0{,}03$	$1{,}49 \pm 0{,}03$	$1{,}95 \pm 0{,}03$	$2{,}40 \pm 0{,}03$	$2{,}62 \pm 0{,}03$	$3{,}47 \pm 0{,}05$
δ_F	0,026	0,019	0,016	0,012	0,011	0,013

Tabulka 2

Celkovou chybu výsledku určím jako

$$\delta = 0{,}01 + \delta_F + \delta_l\,,$$

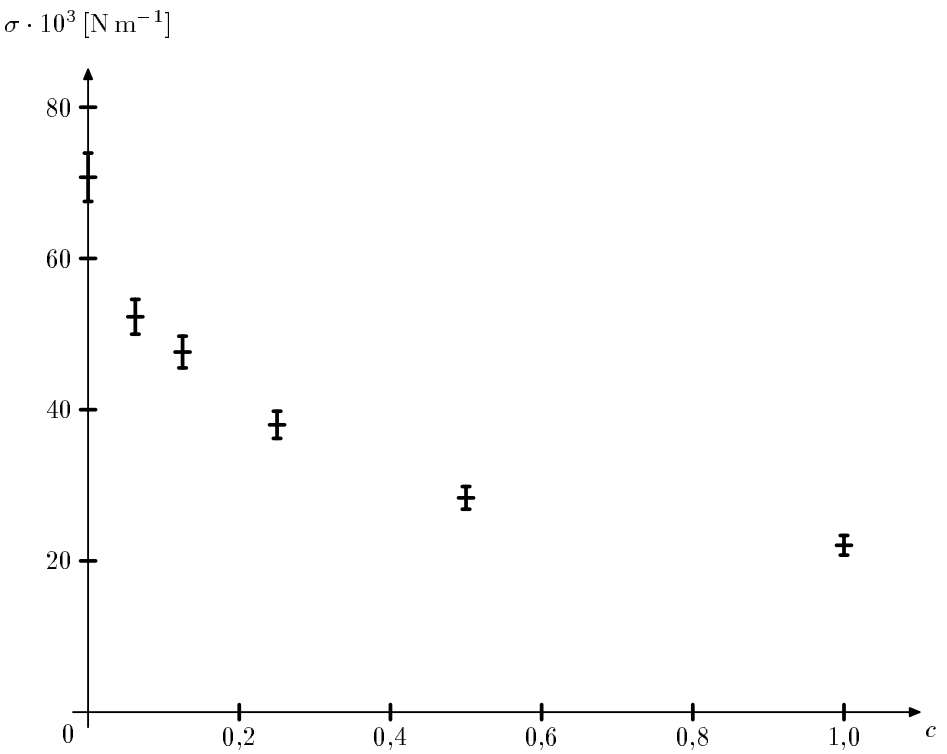
kde δ_l je relativní chyba určení délky. Přičtené jedno procento je z důvodu různé teploty roztoků různých koncentrací. Protože jde mnohem více o chyby metody, než o statistické chyby, nemá v tomto případě sčítaní čtverců žádné opodstatnění a počítám tedy maximální chybu.

Relativní chyba opravy ve vztahu (1) je přibližně stejná jako chyba prvního zlomku, ale vzhledem k tomu, že hodnota opravy je o řád menší mohu tuto chybu klidně zanedbat. Pro povrchové napětí roztoků pak vychází hodnoty uvedené v tabulce 3.

c	1	1/2	1/4	1/8	1/16	0
$\sigma \cdot 10^3\,[\mathrm{N\,m^{-1}}]$	$22{,}1 \pm 1{,}3$	28 ± 2	38 ± 2	48 ± 2	52 ± 2	71 ± 3

Tabulka 3

Výsledná závislost povrchového napětí na objemové koncentraci roztoku ethanolu ve vodě je vynesena v grafu 2.



Graf 2

DISKUZE: V tabulkách ([2]) jsou uvedeny hodnoty pro povrchové napětí destilované vody při 20 a 25°C – $72{,}75 \cdot 10^{-3}$ a $72{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N\,m^{-1}}$. Teplota měřené vody byla 23°C, takže v mezích chyby mnou naměřená a tabulková hodnota odpovídá. Povrchové napětí lihu je podle tabulek $22{,}3 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{N\,m^{-1}}$ při teplotě 20°C. Skutečná teplota měřeného roztoku byla 28°C, ale nemám žádné nezávislé údaje o hodnotě povrchového napětí pro tuto teplotu, ale vzhledem k tomu, jakým způsobem závisí na teplotě povrchové napětí vody, mohu předpokládat, že mnou změřená hodnota v mezích chyby odpovídá skutečné.

Chyba výsledku je dána chybou určení síly potřebné k odtržení rámečku a chybou délky hrazdičky. V tomto případě nejde o chyby způsobené nepřesným měřením, ale o chyby, které respektují to, že pro výpočty používám ne zcela přesné vztahy, nebo slouží pro kompenzaci vlivu, který nedokážu vyjádřit a ve výpočtech pak kompenzovat. Pro snížení chyby výsledku by tedy bylo potřeba používat přesnější fyzikální model, nebo zvolit jinou metodu měření, kde nebude potřeba provádět tolik aproximací.

ZÁVĚR: Graf závislosti povrchového napětí na teplotě jsem z měření získal a v krajních bodech, kde jsem to schopný ověřit podle nezávislých údajů odpovídá v rámci chyby skutečnosti.

LITERATURA:

[1] D. Slavínská, I. Stulíková, P. Vostrý: Fyzikální praktikum I. SPN, Praha 1989
[2] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky SNTL, Praha 1980