

## Úkol 21. 2. 2023

∞ **Funkce, operátory a lineární algebra, 2. díl**

### Příklad 1

V tomto příkladu je možné použít trik přičtu a odečtu to samé.

**1.1** Uvažujme obecné operátory  $\hat{A}$  a  $\hat{B}$ , pro které platí  $[\hat{A}, \hat{B}] = 1$ . Čemu je roven výraz  $[\hat{A}, \hat{B}^2]$ ? Postupujte tak, že komutátor rozepíšete na  $\hat{A}\hat{B}^2 - \hat{B}^2\hat{A}$  a přičtete a odečtete člen, který umožní přepsat výraz s pomocí  $[\hat{A}, \hat{B}]$

**Příklad 2** Často také narazíme na součet operátorů v komutátoru, jako v následujícím případě.

**2.1** Uvažujme operátory  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  a  $\hat{C}$ , čemu je rovno  $[\hat{A} + \hat{B}, \hat{C}]$ ? Pouze rozepište komutátor a upravte. Výsledkem by měly být dva komutátory. Operátory jsou obecné, žádný komutátor neznáme.

**Příklad 3** Nyní uvažujme  $\hat{A} = \hat{x}$ ,  $\hat{B} = \frac{\hat{d}}{dx}$  a  $\hat{C} = \hat{x}^2$ .

**3.1** Ve výrazu  $[\hat{A} + \hat{B}, \hat{C}]$  dosadte za operátory, komutátor rozepište a proveďte akci na testovací funkci  $f(x) = x$ .

**3.2** Nyní opět za operátory dosadte a komutátor rozepište, ale vzniklý výraz upravte pomocí  $\frac{\hat{d}}{dx}\hat{x} = \hat{x}\frac{\hat{d}}{dx} + 1$  tak, aby se všechny odmocniny dostaly napravo. Vzniklý operátor použijte na  $f(x) = x$  a ověřte shodu s předešlým případem.